



**Коммерциялық емес
акционерлік қоғам**

**ҒҰМАРБЕК ДӘУКЕЕВ
АТЫНДАҒЫ АЛМАТЫ
ЭНЕРГЕТИКА ЖӘНЕ
БАЙЛАНЫС
УНИВЕРСИТЕТІ**

**«Автоматтандыру және
басқару» кафедрасы**

СЫЗЫҚТЫ АВТОМАТТЫ РЕТТЕУ ЖҮЙЕЛЕРІ

6B07108 – Автоматтандыру және бақару мамандығының студенттерге арналған зертханалық жұмыстарды орындауға арналған әдістемелік нұсқаулар

Алматы 2025

ҚҰРАСТЫРУШЫ: Абжанова Л.К., Аталыкова А.К. және Келес Г.М.
Сызықты автоматты реттеу жүйелері. 6B07108 – Автоматтандыру және басқару
мамандығының студенттерге арналған зертханалық жұмыстарды орындауға
арналған әдістемелік нұсқаулар. – Алматы: АЭЖБУ, 2025. – 52 б.

Әдістемелік нұсқаулар 6 зертханалық жұмыстың сипаттамасын қамтиды
және бұл жұмыстарды Matlab бағдарламалық қамтамасыз етуде орындауды
көздейді.

Әдістемелік нұсқаулар «Сызықты автоматты реттеу жүйелері» пәні
бойынша зертханалық жұмыстарды орындау кезінде қолданылады..

Ил.-57, кесте.- 12, библиогр.- 11 атауы.

Пікір беруші:

Л.К.Ибраева

«Ғұмарбек Дәукеев Атындағы Алматы Энергетика Және Байланыс
Университеті» коммерциялық емес акционерлік қоғамының 2020 ж. басылым
жоспары бойынша басылады.

© «Ғұмарбек Дәукеев атындағы Алматы энергетика және байланыс
университеті» КЕАҚ, 2025

МАЗМҰНЫ

1	ЗЕРТХАНАЛЫҚ ЖҰМЫС. БАСҚАРУ ЖҮЙЕЛЕРІНІҢ УАҚЫТТЫҚ СИПАТТАМАЛАРЫНЫҢ ФОРМАЛАРЫ	4
1.1	Негізгі теориялық мағлұматтар	4
1.2	Әдістемелік нұсқау бойынша мысал.....	6
1.3	Зертханалық жұмысты орындау реті	11
1.4	Бақылау сұрақтары.....	13
2	ЗЕРТХАНАЛЫҚ ЖҰМЫС. ЖҮЙЕ ҮЗБЕСІНІҢ ЖИІЛІКТІК СИПАТТАМАСЫН ЗЕРТТЕУ.....	13
2.1	Жиіліктік сипаттама. Негізгі түсінік.....	13
2.2	Беріліс функциясының параметрлерін анықтау	17
2.3	Методикалық мысал	18
2.4	Жұмысты орындау тәртібі	23
2.5	Бақылау сұрақтары	24
3	ЗЕРТХАНАЛЫҚ ЖҰМЫС. ЖҮЙЕЛЕРДІҢ ОРНЫҚТЫЛЫҚ ТҮСІНІГІ. ЛЯПУНОВ ТЕОРЕМАСЫ.....	25
3.1	Негізгі теориялық мағлұмат	25
3.2	Жұмысты орындау реті	27
3.3	Әдістемелік мысал	27
3.4	Бақылау сұрақтары	30
4	ЗЕРТХАНАЛЫҚ ЖҰМЫС. ТҰЙЫҚТАЛҒАН ЖҮЙЕНІҢ ОРНЫҚТЫЛЫҒЫН ОРНЫҚТЫЛЫҚ КРИТЕРИЙЛЕРІ АРҚЫЛЫ (ШАРТТАРЫ) ЗЕРТТЕУ	30
4.1	Негізгі теориялық мағлұмат	30
4.2	Жұмысты жасау реті.....	32
4.3	Зертханалық жұмыстың орындалуының нұсқаулық мысалы	32
4.4	Бақылау сұрақтары	36
5	ЗЕРТХАНАЛЫҚ ЖҰМЫС. ТҰЙЫҚТАЛҒАН ЖҮЙЕНІҢ ОРНЫҚТЫЛЫҒЫН ОРНЫҚТЫЛЫҚ КРИТЕРИЙЛЕРІ АРҚЫЛЫ (ШАРТТАРЫ) ЗЕРТТЕУ	36
5.1	Негізгі теориялық мағлұмат	36
5.2	Жұмысты жасау реті.....	38
5.3	Зертханалық жұмыстың орындалуының нұсқаулық мысалы	39
5.4	Бақылау сұрақтары	43
6	ЗЕРТХАНАЛЫҚ ЖҰМЫС. АВТОМАТТЫ БАСҚАРУ ЖҮЙЕЛЕРДІҢ САПА КӨРСЕТКІШТЕРІН ЗЕРТТЕУ	43
6.1	Тура және жанама сапа бағалары.....	43
6.2	Интегралды бағалар.....	46
6.3	Жұмысты орындау реті	47
6.4	Әдістемелік мысал	47

1 ЗЕРТХАНАЛЫҚ ЖҰМЫС. БАСҚАРУ ЖҮЙЕЛЕРІНІҢ УАҚЫТТЫҚ СИПАТТАМАЛАРЫНЫҢ ФОРМАЛАРЫ

Зертханалық жұмыс мақсаты: автоматты басқару жүйелерінің математикалық өрнектелуімен танысу.

1.1 Негізгі теориялық мағлұматтар

Басқару жүйесінің математикалық модельдерін көрсетудегі келесі формалар қолданылады:

1) n -ші ретті дифференциалды теңдеу

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy(t)}{dt} + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} u(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_m u(t), \quad (1.1)$$

мұндағы t – үздіксіз уақыт;

t_0 – бастапқы уақыт;

$u(t) \in R^1$ – басқарылатын әсер;

$y(t)$ – шығыс сигнал;

$a_1, \dots, a_{n-1}, a_n, b_0, b_1, \dots, b_m$ – үзбегінің (жүйенің) физикалық параметрлерімен анықталатын тұрақты коэффициенттер;

$n - m \leq n$, жүйенің дифференциалды теңдеу реті.

2) Беріліс функциясы – нөлдік бастапқы шарттар кезінде Лаплас түрленуі бойынша шығыс шамасының Лаплас түрленуі бойынша кіріс шамасына қатысты

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n}, \quad (1.2)$$

мұндағы s – Лаплас операторы;

$Y(s)$ и $U(s)$ – сәйкесінше $y(t)$ және $u(t)$ кескіні.

(1.2) теңдеуінің қорытындысы *сипаттамалық полиномды* анықтайды

$$s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n = 0, \quad (1.3)$$

оның шешімінің түбірі болады

$$s_1, s_2, \dots, s_n. \quad (1.4)$$

(1.4) түбірлері беріліс функцияның *полюстері* деп аталады. Беріліс функция алымының түбірі беріліс функцияның *нөлдері* деп аталады.

Жүйелерді беріліс функция түріне келтіру негізінен техникалық көпшілікке ие болады: зерттеуші соңғы нәтижесінде, тек физикалық айнымалылармен ғана емес, аралық этаптарда да жұмыс істейді, және жиі сынақты теориялық зерттеумен де алып жүру мүмкіндігі бар. Бірақ осындай

көрсетілімде әртүрлі жүйелер мен блоктардың математикалық сипаттамалары сызықты жағдайда болса да, алымдар ретінен де және олардың беріліс функцияларының қорытындыларынан да тәуелділігі әртүрлі типті болып шығады.

3) Күй кеңістігіндегі дифференциалды теңдеу

Ол үшін $y(t)$ шығыс айнымалылардың орнына $x(t) \in R^{n \times 1}$ күйлер айнымалыларын енгізеді. Бұл айнымалылардағы жүйе сипаттамасы бірінші реттік дифференциалды теңдеу жүйесімен беріледі

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = c^T x(t) + Du(t) \end{cases} \quad x_0(t) = x(t_0), \quad t = [t_0, \infty), \quad (1.5)$$

мұндағы $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_n(t)]^T \in R^{n \times 1}$ – басқару объекті күйінің айнымалылар векторы;

$A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times 1}$, $c^T \in R^{1 \times n}$, $D \in R^1$ – күйлердің, басқарудың, бақылаудың (күйлер бойынша шығыс матрицасы), сәйкесінше басқару бойынша шығыс матрицалары болып табылады.

Егер $m=0$ болса, онда n -ші ретті теңдеуін жүйеге, n бірінші реттік дифференциалды теңдеулерден келтіруге болады

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t), \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \dot{x}_{n-1}(t) = x_n(t), \\ \dot{x}_n(t) = -a_1 x_n(t) - a_2 x_{n-1}(t) - \dots - a_n x_1(t) + bu(t), \\ y(t) = x_1(t). \end{cases} \quad (1.6)$$

(1.6) жүйенің матрицалық формасын, $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_{n-1}(t) \ x_n(t)]^T$ векторын және төмендегі матрицаны енгізе алуға болады:

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \dots & -a_2 & -a_1 \end{vmatrix} \in R^{n \times n}, \quad B = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ b \end{vmatrix} \in R^{n \times 1}, \quad c^T = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \in R^{1 \times n}$$

(1.1) – да $m \leq n$ болса, онда дұрыс форма келесі түрге ие болады:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dots \\ \dot{x}_{n-1}(t) \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \dots & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \dots \\ k_{n-1} \\ k_n \end{bmatrix} u(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix} + k_0 u(t) = c^T x(t) + Du(t) \end{cases} \quad (1.7)$$

мұндағы $k_0 = b_0$, $k_1 = b_1 - a_1 k_0, \dots, k_i = b_i - \sum_{m=0}^{i-1} a_{i-m} k_m$.

1.2 Әдістемелік нұсқау бойынша мысал

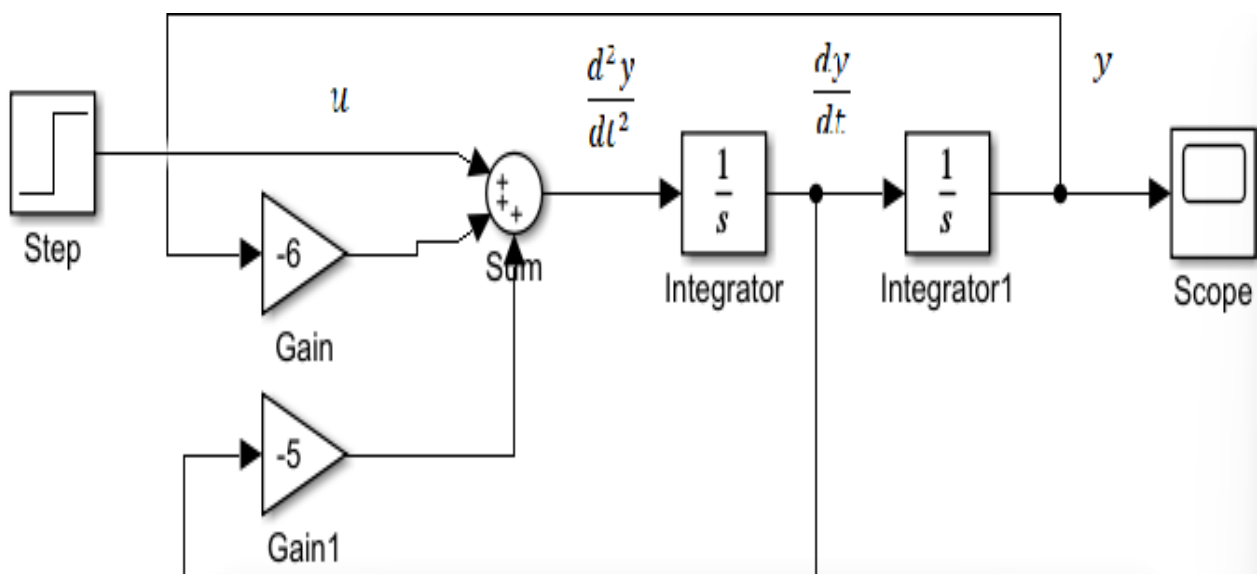
Дифференциалды теңдеу берілсін

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 5 \frac{dy(t)}{dt} + 6y(t) = 2u(t), \quad (1.8)$$

Тапсырма:

1. MATLAB Simulink моделдеу ортасында (1.8) теңдеуінің құрылымдық сұлбасын 1.1-суретте келтірілгендей тұрғызу керек. Сұлбаны құру үшін (1.8) салыстырмалы жоғарғы туынды бойынша (1.9) теңдеуді түрлендіреміз.

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = 2u - 5 \frac{dy}{dt} - 6y, \quad (1.9)$$



а) моделдеу схемасы

Block Parameters: Step

Main Signal Attributes

Step time:
0

Initial value:
0

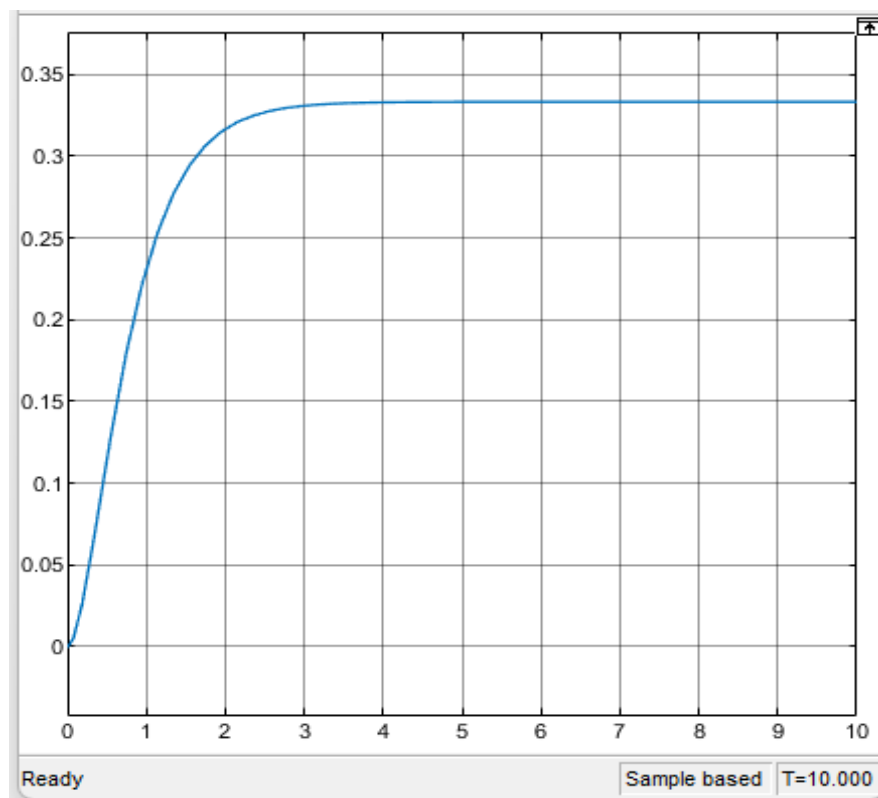
Final value:
2

Sample time:
0

☒ Interpret vector parameters as 1-D

? OK Cancel Help

б) параметрлер беру блогы



в) өтпелі үрдіс

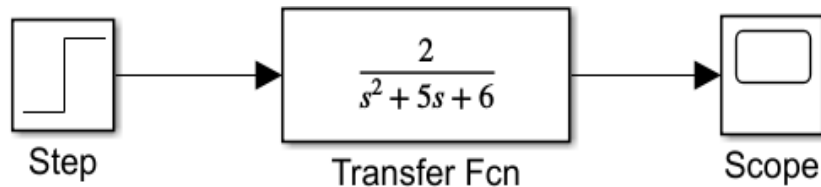
1.1 сурет – MATLAB Simulink –те дифференциалдық теңдеуді
модельдеу сұлбасы

2. (1.8) теңдеуді беріліс функциясы түрінде бейнелейік: Ол үшін жүйеге өтпелі сипаттама алайық, оның күйлер кеңістігі мен беріліс функциясы келесідей түрде болады

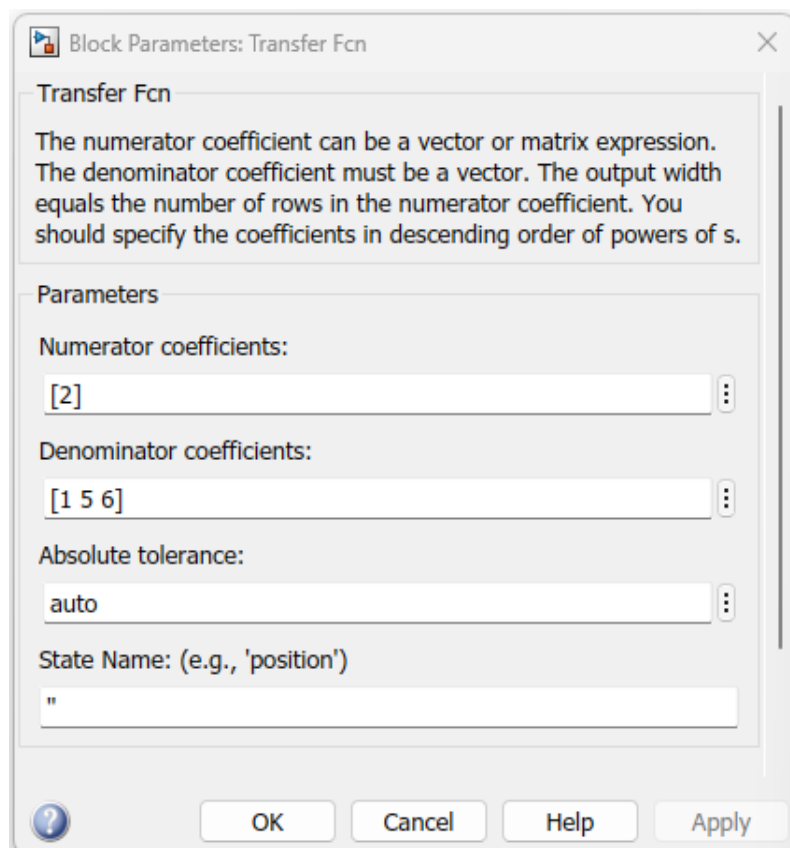
$$W(s) = \frac{2}{s^2 + 5s + 6},$$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u(t), \\ y(t) = c^T x(t) = [1 \quad 0] x(t), \end{cases} \quad (1.10)$$

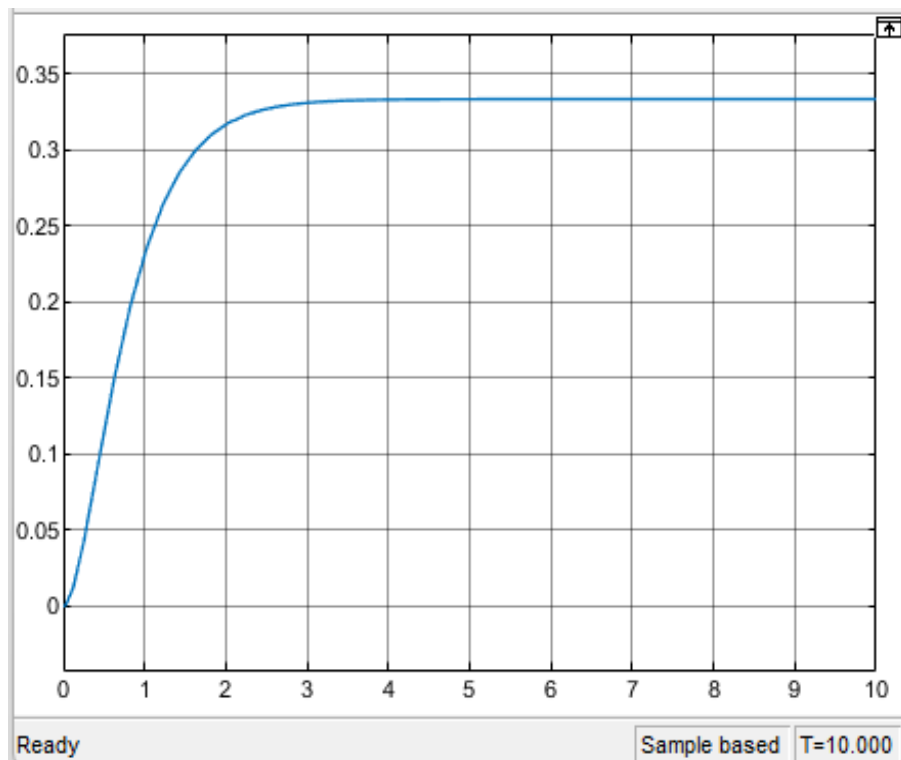
1-ші әдіс (MATLAB Simulink). *Transfer Function* (беріліс функциясы) (1.2 сурет) және *State Space* (күйлер кеңістігі) блоктарын қолдану (1.3 сурет).



а) моделдеу схемасы

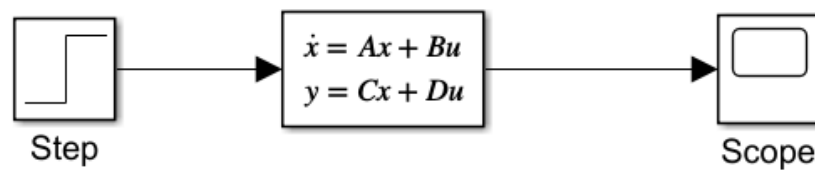


б) параметрлер беру блогы

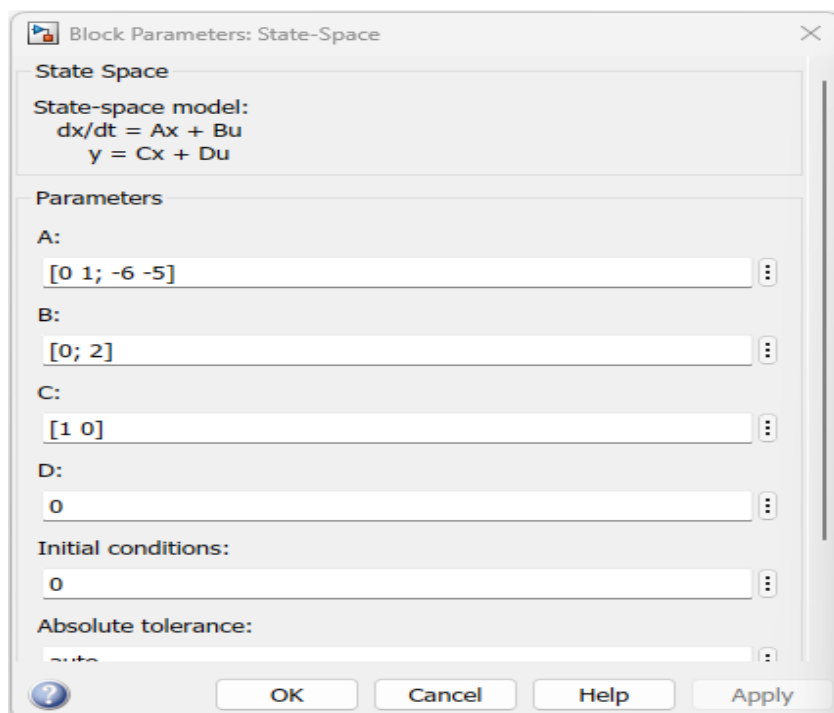


в) өтпелі үрдіс

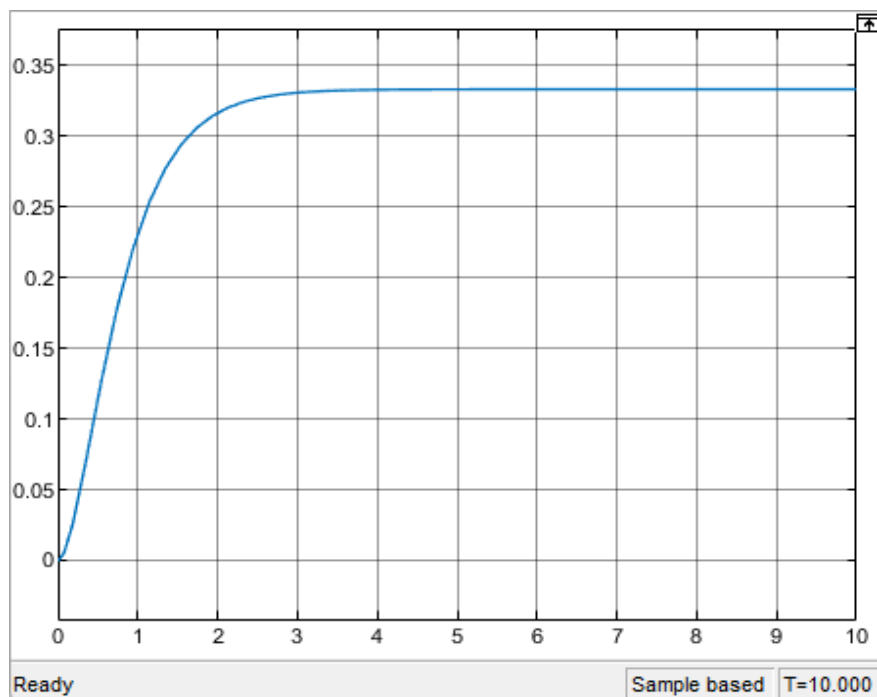
1.2 сурет - *Transfer Function* блогын қолдану



а) моделдеу схемасы



б) параметрлер беру блогы



в) өтпелі үрдіс

1.3 сурет – *State Space* блогын MATLAB-та қолдану

2-ші әдіс (MATLAB ортасында командалық режимде CST командасын қолдану). CST командасы жүйені LTI-модель беріліс функциясы немесе күйлер кеңістігінде анықтай алады, сонымен қатар сипаттама тұрғызуға арналған команда жиынтығы бар (1.1 кесте).

1.1 кесте - CST командалары

Синтаксис	Сипаттама
<code>tf([b₀,b₁,...,b_m],[a₀,a₁,...,a_n])</code>	LTI-моделі беріліс функциясы түрінде көрсетілуі, мұндағы $b_m, \dots, b_1$ – беріліс функциясының коэффициенттері ; $a_n, \dots, a_1$ – сипаттаушы полиномның коэффициенттері.
<code>ss(A, B, C, D)</code>	LTI-моделі күйлер кеңістігінде көрсетілуі
<code>step(<LTI-объект>)</code>	Өтпелі сипаттаманың тұрғызылуы
<code>impulse(<LTI-объект>)</code>	Импульстық сипаттаманың тұрғызылуы
<code>pole(<LTI-объект>),</code> <code>zero(<LTI-объект>)</code>	Беріліс функциясының нолдерін анықтау Беріліс функциясының полюстерін анықтау

MATLAB командалық терезесінде w атты LTI-объектті (1.8) беріліс функциясы ретінде құрып өтпелі сипаттама аламыз (1.4 сурет).

```
>>w=tf([2],[1 5 6])
```

```
>>step(w)
```

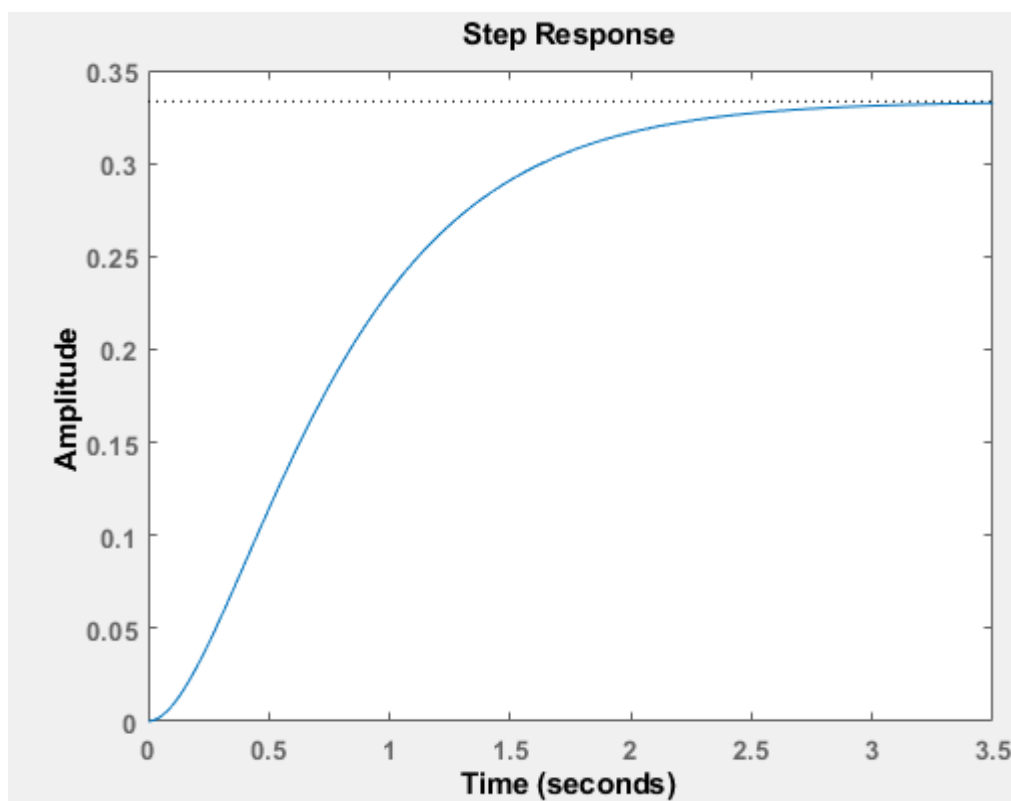
MATLAB командалық терезесінде w атты LTI-объектті (1.8) күй кеңістігі көмегімен құрып өтпелі сипаттама аламыз (1.4 сурет)

```
>> A=[0 1;-6 -5]
```

```
>> B=[0;2]
```

```
>> c=[1 0]
```

```
>> w=ss(A,B,c,0)
>> step(w)
```



1.4 сурет – CST қолдану арқылы алынған өтпелі сипаттама

1.2, 1.3 және 1.4 суреттер бойынша өтпелі сипаттамалардың ұқсастығын байқауға болады, басқару жүйелерінің математикалық моделі әр түрлі формада берілгенін атап көрсету қажет.

1.3 Зертханалық жұмысты орындау реті

1.3.1 Берілген объект үшін математикалық моделі n-ші ретті теңдеумен (1.2 кесте) сипатталып, беріліс функциясы және математикалық моделі күйлер кеңістігінде берілсін.

1.2 кесте - Бастапқы деректер

Нұсқалар	Дифференциалды теңдеу
1	$\frac{d^4 y(t)}{dt^4} - 3 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 5 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 5u(t)$
2	$2 \frac{d^4 y(t)}{dt^4} + 6 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + \frac{dy(t)}{dt} = u(t)$
3	$\frac{d^5 y(t)}{dt^5} + 4 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 13y(t) = 3u(t)$

1.2 кестенің жалғасы

Нұсқалар	Дифференциалды теңдеу
4	$5 \frac{d^4 y(t)}{dt^4} + 2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 6 \frac{dy(t)}{dt} = 2u(t)$
5	$5 \frac{d^4 y(t)}{dt^4} + 6 \frac{dy(t)}{dt} + 7y(t) = -2u(t)$
6	$2 \frac{d^4 y(t)}{dt^4} + 3 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2y(t) = 5u(t)$
7	$4 \frac{d^5 y(t)}{dt^5} + 8 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} - \frac{dy(t)}{dt} = 7u(t)$
8	$\frac{d^4 y(t)}{dt^4} + 6 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 7y(t) = -3u(t)$
9	$3 \frac{d^4 y(t)}{dt^4} - 6 \frac{dy(t)}{dt} - y(t) = 5u(t)$
10	$2 \frac{d^4 y(t)}{dt^4} + 3 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} + 7y(t) = -5u(t)$
11	$\frac{d^5 y(t)}{dt^5} - 5 \frac{dy(t)}{dt} + 6y(t) = 2u(t)$
12	$4 \frac{d^4 y(t)}{dt^4} - 4 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} - 3 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 13y(t) = 2u(t)$
13	$-\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 11 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 8 \frac{dy(t)}{dt} + 7y(t) = 7u(t)$
14	$4 \frac{d^5 y(t)}{dt^5} + 5 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 4y(t) = -7u(t)$
15	$3 \frac{d^4 y(t)}{dt^4} + 2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 3 \frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 3u(t)$

1.3.2 CST командалары арқылы немесе MATLAB Simulink арқылы беріліс функциясы және математикалық моделі күйлер кеңістігінде сипатталатын объектің өтпелі үрдісін алуға болады. Шыққан нәтижелерді салыстыру мүмкіндігі бар.

1.3.3 Беріліс функциясының полюстерін анықтау.

1.4 Бақылау сұрақтары

1. Автоматты басқару жүйелерінің математикалық модельдер көрінісі.
2. Беріліс функциясы.
3. Сипатталатын теңдеу.
4. Беріліс функциясының полюстері.
5. Автоматты басқару жүйесінің күйлер кеңістігіндегі математикалық моделі. Күйлер кеңістігіндегі қалыпты жағдайы.
6. Басқару жүйелерінің математикалық сипатталуының әр формасының артықшылығы.

2 ЗЕРТХАНАЛЫҚ ЖҰМЫС. ЖҮЙЕ ҮЗБЕСІНІҢ ЖИІЛІКТІК СИПАТТАМАСЫН ЗЕРТТЕУ

Жұмыстың мақсаты: автоматты жүйе үзбесінің жиіліктік сипаттамасын зерттеу.

2.1 Жиіліктік сипаттама. Негізгі түсінік

Уақытша сипаттама үзбе жағдайын өтпелі режимде толықтай, жан-жақты көрсете алады. Үзбе жағдайын бағалағанда үзбедегі реакцияға гармоникалық синусоида әсер етуімен түсіндірілетін, орнатылған режимде жиіліктік сипаттама қолданылады.

Стационарлы сызықты үзбенің немесе жүйенің (2.1) кірісіне гармоникалық сигнал әсер етсін

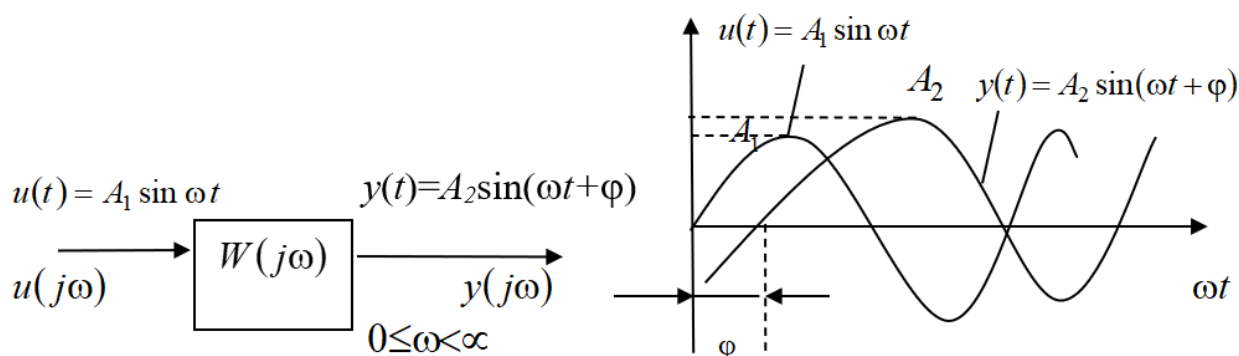
$$u(t) = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1), \quad (2.1)$$

мұндағы A , $\varphi_1 = 2\pi/T$, ω және T - оның амплитудасы, фазасы, бұрыштық жиілігі және сәйкес периоды.

Онда шығысында уақыт өтуіне байланысты гармоникалық сигнал (2.2) пайда болады

$$y(t) = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2), \quad (2.2)$$

Бұрыштық жиілігі тұрақты болады, бірақ амплитуда мен фазасы өзгереді (2.1 сурет). Гармоникалық сигналдың ω бұрыштық жиілігі секілді, амплитуда мен фазаның өзгеруі қарастырылып отырған объектінің қасиетіне байланысты болады (дифференциалды тепе теңдік түрі мен параметрлер мәндеріне байланысты).



2.1 сурет – Объектің жиіліктік сипаттамасы

АЖС және ФЖС. $A(\omega) = A_2/A_1$ байланысы мен $\varphi(\omega) = \varphi_2 - \varphi_1$ әртүрлілігіне байланысты қарастырылып отырған үзбені немесе жүйені *амплитуда-жиіліктік* (АЖС) және *фазалық-жиіліктік* (ФЖС) сипаттама деп атайды. *Амплитуда-жиіліктік сипаттама* жүйеде әртүрлі жиілікті сигнал өтуін көрсетеді. *Фазалық-жиіліктік сипаттама* жүйеде әртүрлі жиілікте үзбенің фаза бойынша шығысының артта қалуы немесе озуын көрсетеді.

$W(s)$ беріліс функциясындағы s орнына $j\omega$ жалған шаманы қоямыз. Осыдан жиіліктік беріліс функциясы деп аталатын комплексті беріліс функциясын $W(j\omega)$ (2.3) аламыз

$$W(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)}, \quad (2.3)$$

мұндағы $Y(j\omega)$ және $U(j\omega)$ – Фурьедегі сәйкес $y(t)$ және $u(t)$ сигналдың меншіктелуі.

$W(j\omega)$ (2.4) функциясының әрбір мәнінде жиілік ω комплексті ұзындық болады, сол себепті мынадай түрде болуы мүмкін

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}, \quad (2.4)$$

мұндағы $A(\omega) = |W(j\omega)| = \text{mod } W(j\omega)$ – АЖС үшін функция модулі;

$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega)$ – ФЖС үшін функция аргументі.

$W(j\omega)$ функциясының (2.5) алгебралық жазылуы

$$W(j\omega) = \text{Re}(\omega) + j\text{Im}(\omega), \quad (2.5)$$

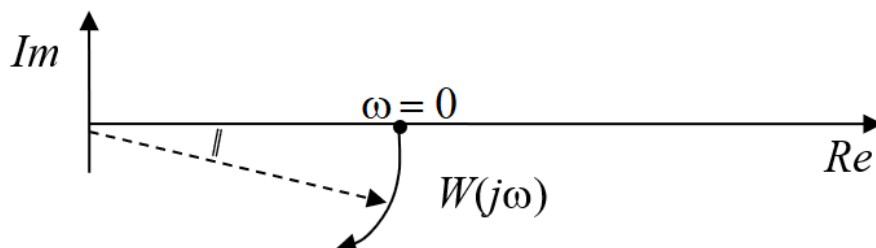
мұндағы $\text{Re}(\omega)$ және $\text{Im}(\omega)$ – үзбенің (жүйенің) нақты және жорамал (комплексті) құраушылары.

Олар арқылы АЖС (2.6) және ФЖС-ын (2.7) анықталады

$$A(\omega) = \sqrt{\text{Re}^2(\omega) + \text{Im}^2(\omega)}, \quad (2.6)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{\text{Im}(\omega)}{\text{Re}(\omega)}. \quad (2.7)$$

АФЖС. Амплитуда – фазалық жиіліктік сипаттама (АФЖС) $W(j\omega)$ функция годографы, яғни $W(j\omega)$ векторының геометриялық орнының соңында ω жиіліктің нольден шексіздікке дейін өзгеруін сипаттайды (2.2 сурет).



2.2 сурет – Амплитуда – фазалық жиіліктік сипаттама

ЛАЖС және ЛФЖС. Жүйенің жиіліктік бағалау мен динамикалық қасиеттеріне байланысты көбінесе жиіліктік сипаттаманың логарифмдік жиіліктік сипаттама (ЛЖС) түрлері қолданылады:

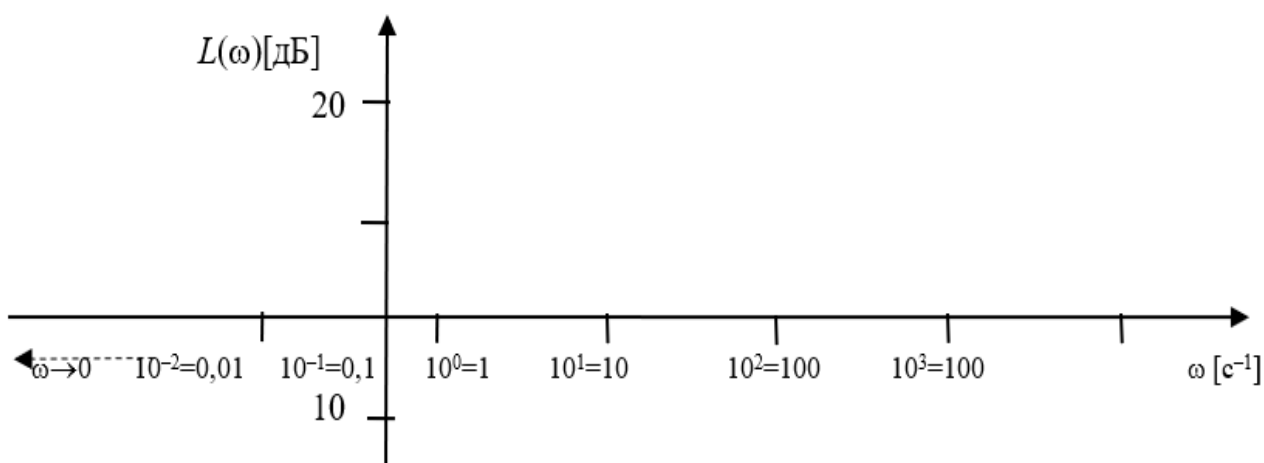
– логарифмдік амплитуда-жиіліктік сипаттама (ЛАЖС), $\lg \omega$ - ның $L(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)|$ тәуелділігі,

– логарифмдік фазалық жиіліктік сипаттама (ЛФЖС), $\lg \omega$ - ның $\varphi(\omega)$ тәуелділігі.

Абсцисса осі бойымен ЛАЖС құрғанда (2.3 сурет) логарифмдік масштабпен жиілікті кейін қалдырады. Абсцисса осінің кесіндісінде жиіліктің 10 есе өзгертілуі декада, ал сәйкес 2 есе өзгертілуі октава деп аталады. Ноль осі абсцисса осімен кез келген нүктесінде қиылыса алады. Бұл нүктені графикте қажет диапазонға жақын таңдайды.

Ординат осі бойымен ЛАЖС логарифмдік амплитуданы $L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$ [дБ] біркелкі масштабта кейін қалдырады.

Логарифмдік амплитуданың нолі $A(\omega) = 1$ тең, сол себептен ω_c сәйкес жиілік кесінді жиілігі деп аталады.



2.3 сурет – ЛАЖС құруға арналған координаталық орта

ЛФЖС-нда да сондай абсцисса осі, ордината осі бойымен градуустағы (немесе радиандағы) φ фазаны біркелкі масштабта сызады. Фазаның өзгеруі

мен амплитуданың өзгеруін салыстыру үшін ЛФЖС-ны ЛАЖС-ның астына салады.

ЛАЖС теріс және оң бағытта сынады, 20дБ/дек, яғни 0дБ/дек, –20дБ/дек, –40дБ/дек еселі, ..., сонымен қатар +20дБ/дек, +40 дБ/дек, ... (2.1 және 2.2 кесте).

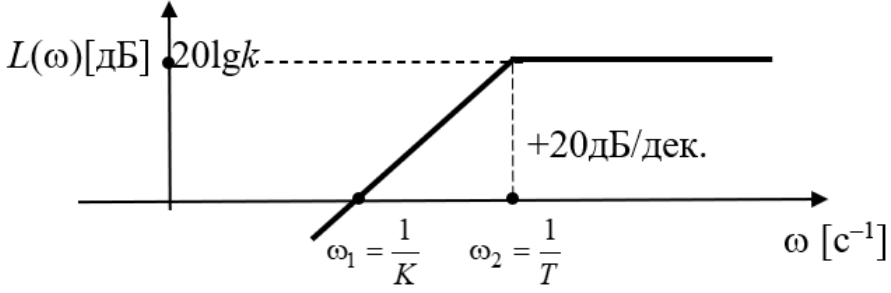
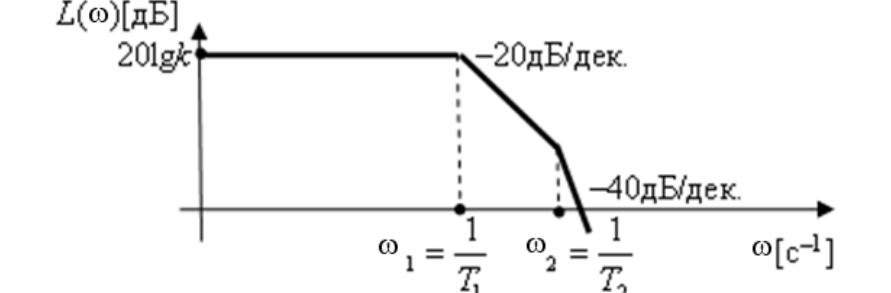
2.1 кесте - Үзбе типтерінің ЛАЖС сынуы

Үзбе немесе жүйе	$L(\omega) = 20 \lg \omega(j\omega) $	дБ/дек-да сынуы	
		$\omega \ll 1/T$	$\omega \gg 1/T$
$W(s)=k$	$20 \lg k$	0	0
$W(s) = \frac{1}{Tp}$	$-20 \lg T$	-20	-20
$W(s)=Tp$	$20 \lg T\omega$	+20	+20
$W(s) = \frac{1}{Ts+1}$	$-20 \lg \sqrt{T^2\omega^2 + 1}$	0	-20
$W(s)=Ts+1$	$20 \lg \sqrt{T^2\omega^2 + 1}$	0	+20
$W(s) = \frac{1}{T^2s^2 + 2\xi Ts + 1}; 0 \leq \xi < 1$	$-20 \lg \sqrt{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4T^2\xi^2\omega^2}$	0	-40
$W(s) = T^2s^2 + 2\xi Ts + 1; 0 \leq \xi < 1$	$20 \lg \sqrt{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4T^2\xi^2\omega^2}$	0	+40

2.2 кесте - ЛАЖС типті үзбеге мысалдар

Динамикалық үзбенің аппроксимациялы логарифмдік жиіліктік сипаттамасы	Беріліс функциясы
Сыну бұрышы анықтау «–20дБ/дек.»	1–ші ретті апериодикалық жүйе $W(s) = \frac{k}{Ts+1}$

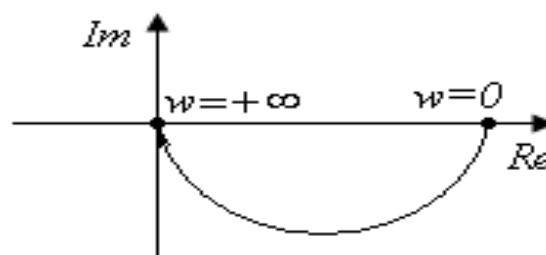
2.2. кестенің жалғасы

Динамикалық үзбенің аппроксимациялы логарифмдік жиіліктік сипаттамасы	Беріліс функциясы
	$W(s) = \frac{Ks}{Ts + 1}$
	$W(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}$

2.2 Беріліс функциясының параметрлерін анықтау

Жиіліктік сипаттама түрі арқылы жүйе типін және оның параметрлерін анықтауға болады. Мысалы, бірінші ретті апериодикалық жүйенің, эксперимент кезінде түсірілген АФЖС арқылы оның T және k параметрлерін анықтауға болады. $W(j\omega)$ годографта көрсетілгендей және анализ бойынша $Re(\omega)$ және $Im(\omega)$ (2.4 сурет), $\omega=0$ болғанда $Re(0) \cong k.T$ тұрақты уақытты мынадай қатынаспен анықтауға болады

$$T = \frac{1}{\omega_c}; \quad Re(\omega_c) = Im(\omega_c) = \frac{k}{2}.$$



2.4 сурет – Бірінші ретті АФЖС апериодикалық жүйе

Жүйе параметрлері ЛАЖС арқылы анықталуы мүмкін. Мысалы, бірінші ретті апериодикалық жүйедегі (2.3 кесте) k күшейткіш коэффициенті $20lgK$ [дБ] шартына байланысты, оның T тұрақты уақыт $w = 1/T$ шарты бойынша

анықталады. Сонымен қатар ЛАЖС арқылы басқа да жүйенің параметрлері анықталады.

2.3 Методикалық мысал

Зертханалық жұмыс MATLAB CST немесе MATLAB Simulink терезелерін қолдану арқылы орындалады.

CST терезесі арқылы АФЖС, ЛАФЖС сипаттамаларын құруға, сондай-ақ, уақыттық және жиіліктік сипаттамаларын тұрғызуға болады. Ол үшін келесі кестедегі командаларды қолданылады.

2.3 кесте - CST командалары

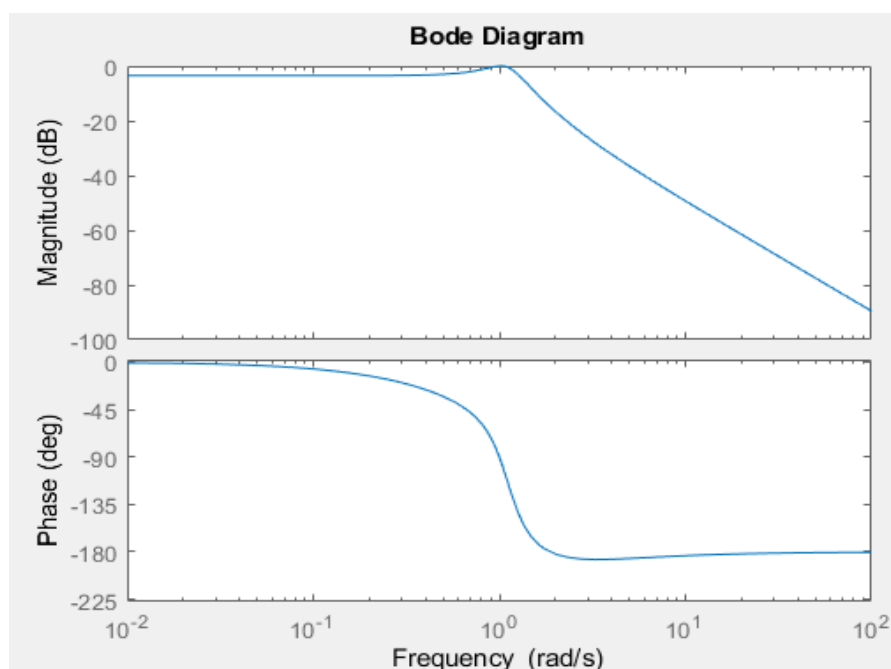
Синтаксис	Сипатталуы
bode(<LTI-объект>)	Логарифмдік жиіліктік сипаттаманы (ЛАЖС) салу (Бode диаграммасы)
nyquist(<LTI-объект>)	Найквист жиіліктік годографын салу (АФЖС)
ltiview(<LTI-объект>)	Уақыттық және жиіліктік сипаттамаларды салу

АБЖ беріліс функциясы берілсін:

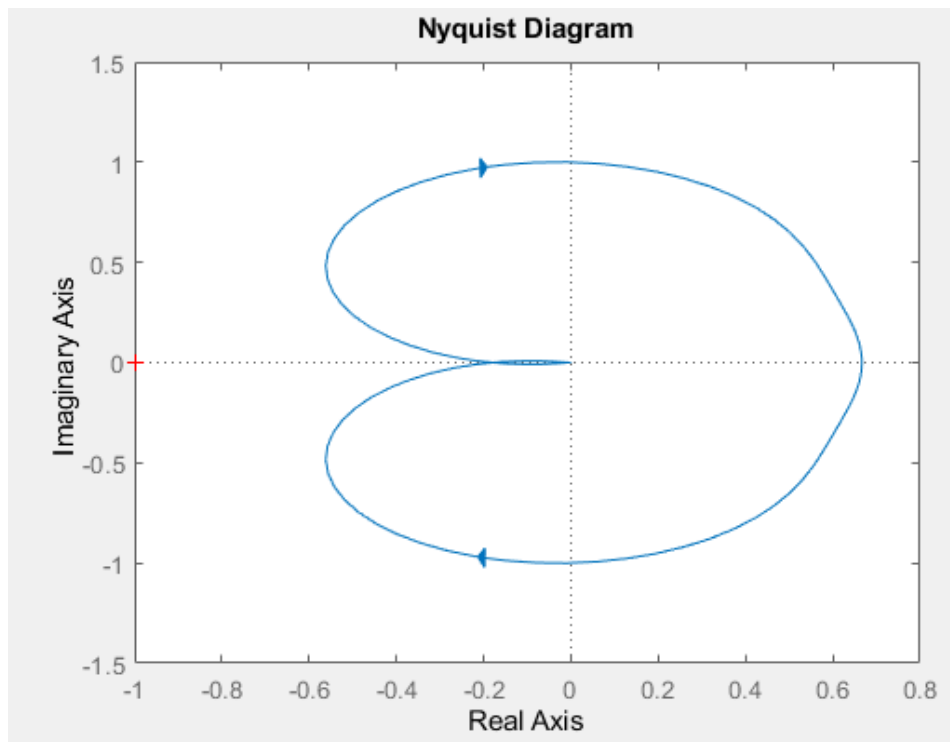
$$W(s) = \frac{s + 2}{3s^3 + 4s^2 + 5s + 3}.$$

MATLAB командалық ортасында оның ЛАЖС және ЛФЖС (2.5 сурет а), АФЖС (2.5 сурет б) саламыз.

```
>>w=tf([1 2],[3 4 5 3])
>>bode(w)
>>nyquist(w).
```



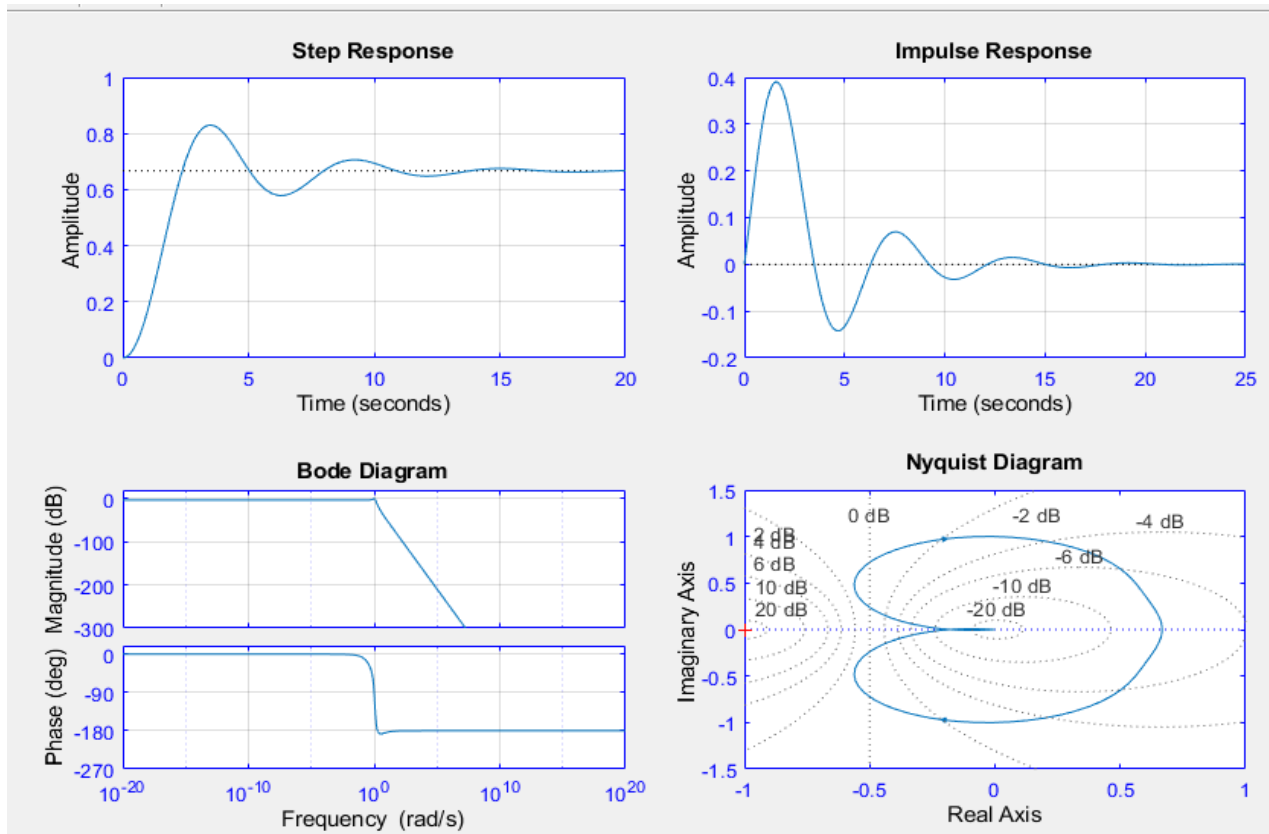
а) ЛАЖС және ЛФЖС



б) АФЖС

2.5 сурет – Жиіліктік сипаттама

«Plot Configuration» менюіндегі сәйкес `ltiview(w)` командасын қолдану арқылы аналогтық нәтижені алуға болады (2.6 сурет).



2.6 сурет – LTiviewer

MATLAB Simulink терезесі арқылы АФЖС, АЖС және ФЖС сипаттамаларын тұрғызуға болады. Ол үшін жұмыс алаңында кедесі сұлбаларды жинау керек.

2.3.1 АФЖС құру (2.7 сурет).

Келесі беріліс функциясының нақты және жорамал бөліктерін ажыратамыз.

$$W(s) = \frac{1}{(2s + 1)(0.5s + 1)}.$$

Жиіліктік аймаққа келесі $s \equiv jw$ теңдігі арқылы өтіп, бөлімде ирроционалдықтан құтыламыз.

$$W(jw) = \frac{1}{(1 + 2jw)(1 + 0.5jw)},$$

$$W(jw) = \frac{(1 - 2jw)(1 - 0.5jw)}{(1 + 2jw)(1 + 0.5jw)(1 - 2jw)(1 - 0.5jw)},$$

$$W(jw) = \frac{(1 - 2jw - 0.5jw + 2jw * 0.5jw)}{(1 - 4j^2w^2)(1 - 0.25j^2w^2)},$$

$$W(jw) = \frac{(j^2w^2 - 2.5jw + 1)}{(1 - 4j^2w^2)(1 - 0.25j^2w^2)},$$

$$W(jw) = \frac{(-w^2 - 2.5jw + 1)}{(1 + 4w^2)(1 + 0.25w^2)},$$

$$W(jw) = \frac{(-w^2 - 2.5jw + 1)}{(1 + 0.25w^2 + 4w^2 + 4w^2 * (0.25w^2))},$$

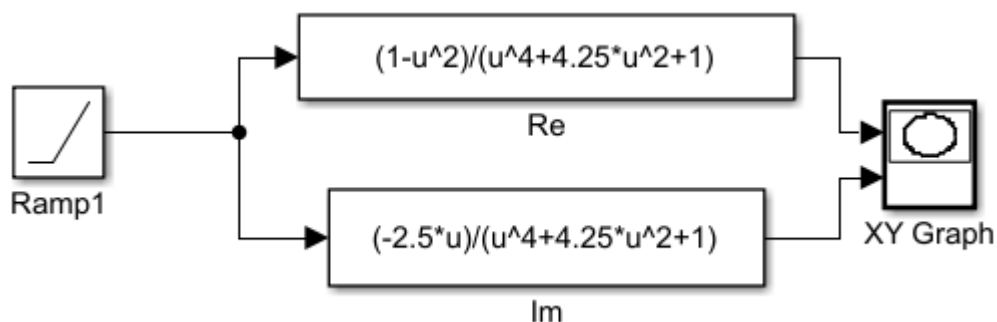
$$W(jw) = \frac{(-w^2 - 2.5jw + 1)}{(1 + 4.25w^2 + w^4)}$$

Жүйенің нақты бөлігі:

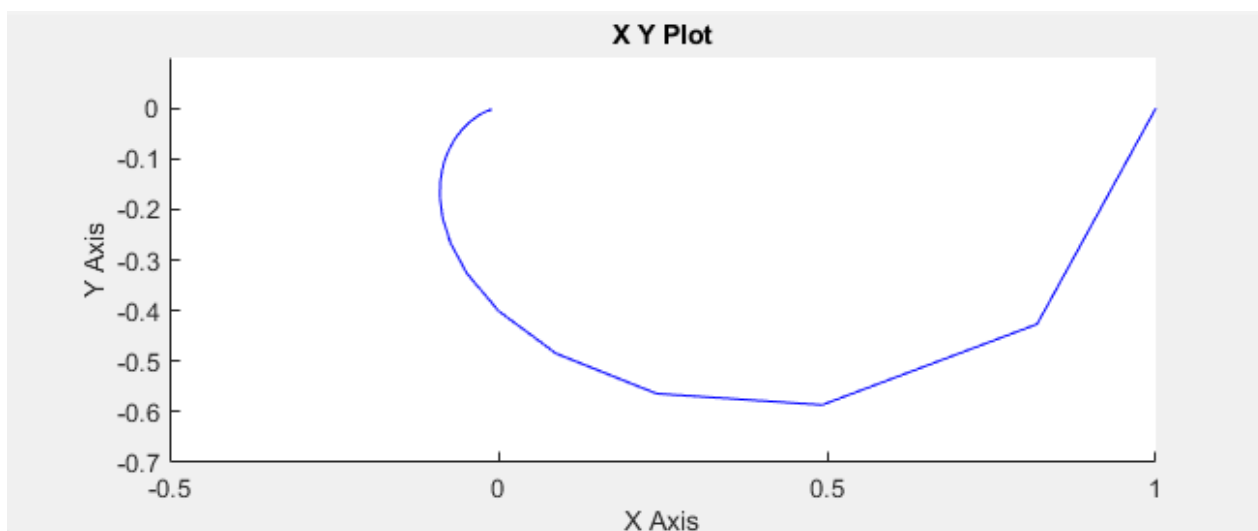
$$Re(w) = \frac{(1 - w^2)}{(w^4 + 4.25w^2 + 1)}.$$

Жүйенің жорамал бөлігі:

$$Im(w) = j \frac{(-2.5w)}{(w^4 + 4.25w^2 + 1)}.$$



а) құрылымы



б) графигі

2.7 сурет – Амплитуда-фаза жиіліктік сипаттама (АФЖС)

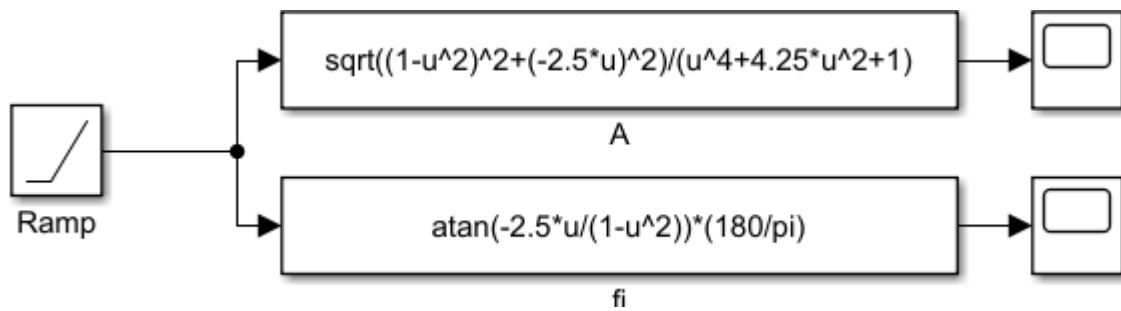
2.3.2 MATLAB Simulink терезесі арқылы АЖС және ФЖС сипаттамаларын тұрғызу (2.8 сурет).

АЖС (2.9 сурет) келесі формуладан табылады:

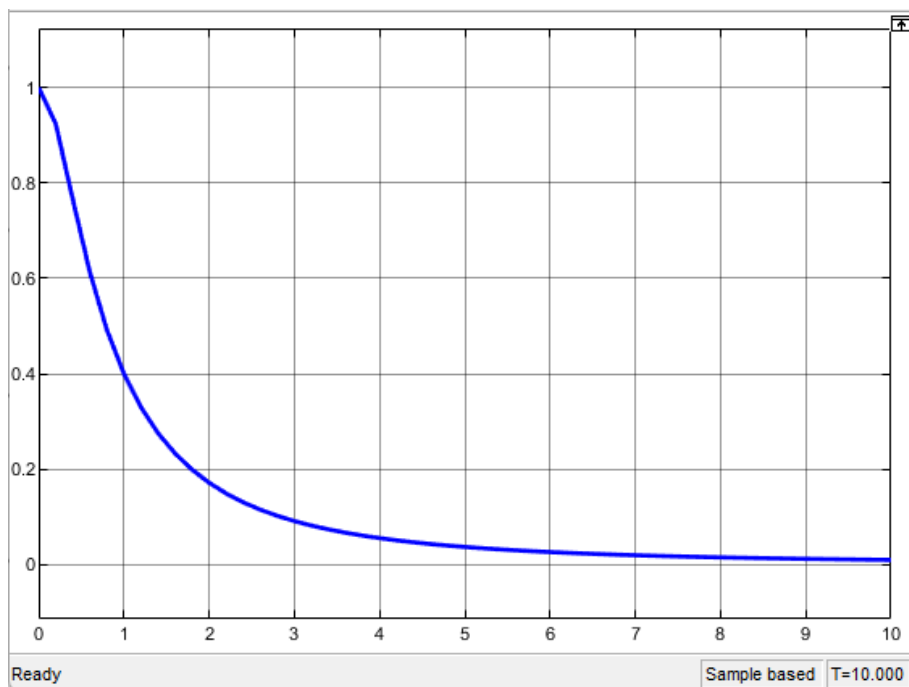
$$A(w) = \sqrt{\left(\frac{(1-w^2)}{(w^4 + 4.25w^2 + 1)}\right)^2 + \left(\frac{(-2.5w)}{(w^4 + 4.25w^2 + 1)}\right)^2} = \frac{\sqrt{(1-w^2)^2 + (-2.5w)^2}}{(w^4 + 4.25w^2 + 1)}.$$

ФЖС (2.10 сурет) келесі формуладан табылады:

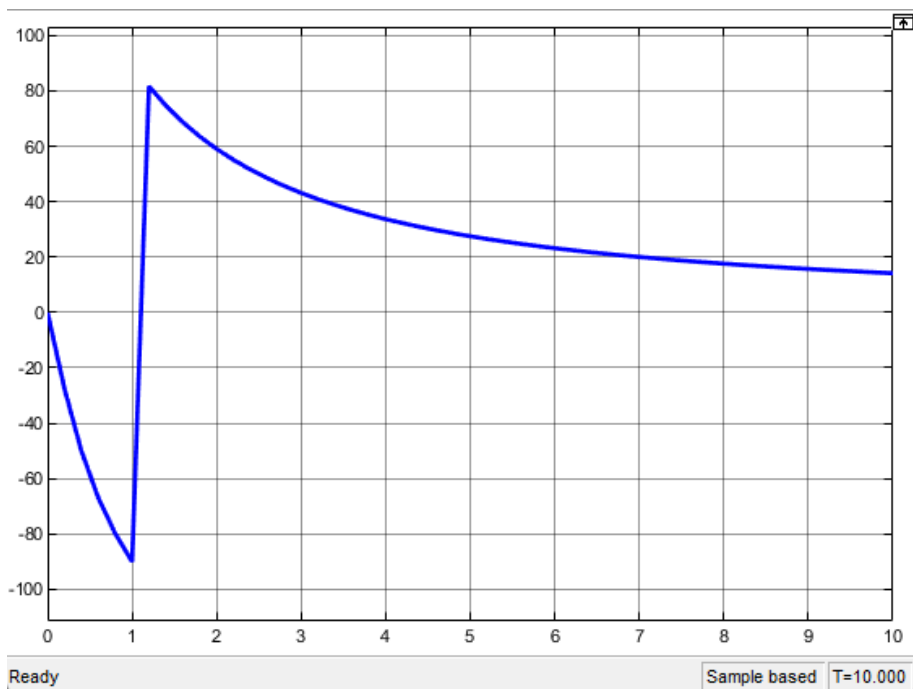
$$\varphi(w) = \arctg \frac{\frac{(-2.5w)}{(w^4 + 4.25w^2 + 1)}}{\frac{(1-w^2)}{(w^4 + 4.25w^2 + 1)}} = \arctg \left(\frac{-2.5w}{1-w^2} \right).$$



2.8 сурет – АЖС және ФЖС құрылымы



2.9 сурет – АЖС графигі



2.10 сурет – ФЖС графигі

2.4 Жұмысты орындау тәртібі

2.4.1 MATLAB CST немесе MATLAB Simulink командаларын қолданып берілген нұсқа бойынша (2.5 кесте) жиіліктік сипаттамаларды құрыңыз: АФЖС, АЖС, ФЖС, ЛАФЖС. Алынған графиктер бойынша қорытынды жасаңыз.

2.4.2 2.6 кесте бойынша аналитикалық ЛАФЖС салыңыз. Берілген теңдеудің түріне байланысты ЛАЖС пішінінің өзгеруін меңгеріңіз.

2.5 кесте - Нұсқалар

№	Нұсқалар
1	$W(s) = \frac{5}{(0.9s + 1)(0.5s + 1)(s + 1)(0.3s + 1)}$
2	$W(s) = \frac{10}{(2s + 1)(0.1s + 1)(0.92s + 1)(s + 1)}$
3	$W(s) = \frac{15}{(5s + 1)(0.1s + 1)(0.48s + 1)(0.05s + 1)}$
4	$W(s) = \frac{9}{(0.07s + 1)(s + 1)(8s + 1)(0.2s + 1)}$
5	$W(s) = \frac{11}{(0.5s + 1)(0.17s + 1)(0.1s + 1)(s + 1)}$
6	$W(s) = \frac{2}{(2s + 1)(0.1s + 1)(0.35s + 1)(0.4s + 1)}$
7	$W(s) = \frac{3}{(0.5s + 1)(0.1s + 1)(0.3s + 1)(0.4s + 1)}$
8	$W(s) = \frac{4}{(4s + 1)(0.8s + 1)(0.75s + 1)(s + 1)}$
9	$W(s) = \frac{3}{(7s + 1)(0.19s + 1)(0.8s + 1)(0.5s + 1)}$
10	$W(s) = \frac{11}{(8s + 1)(0.7s + 1)(0.25s + 1)(5s + 1)}$
11	$W(s) = \frac{2}{(0.67s + 1)(3s + 1)(0.3s + 1)(0.05s + 1)}$
12	$W(s) = \frac{5}{(0.55s + 1)(0.3s + 1)(0.3s + 1)(8s + 1)}$
13	$W(s) = \frac{6}{(9s + 1)(0.05s + 1)(0.3s + 1)(0.38s + 1)}$
14	$W(s) = \frac{8}{(0.09s + 1)(0.45s + 1)(0.2s + 1)(0.6s + 1)}$
15	$W(s) = \frac{7}{(0.66s + 1)(0.4s + 1)(0.2s + 1)(0.6s + 1)}$

2.6 кестенің жалғасы

№	Нұсқалар
16	$W(s) = \frac{15}{(7s+1)(3s+1)(0.08s+1)(0.2s+1)}$
17	$W(s) = \frac{9}{(0.05s+1)(9s+1)(8s+1)(0.2s+1)}$
18	$W(s) = \frac{12}{(0.07s+1)(0.77s+1)(8s+1)(0.2s+1)}$

2.6 кесте - Нұсқалар

№	Беріліс функциясы	№	Беріліс функциясы
1	$W(s) = \frac{100}{0,01s+1}$	11	$W(s) = \frac{7}{0,09s^2+2}$
2	$W(s) = \frac{2(s+1)}{5s+1}$	12	$W(s) = \frac{1}{s^2(0.1s+1)(0.5s+1)(2s+1)}$
3	$W(s) = \frac{6(s+1)}{100s+1}$	13	$W(s) = \frac{4}{(7s+1)(10s+1)}$
4	$W(s) = \frac{10}{s(4s+1)}$	14	$W(s) = \frac{16}{196s^2+7s+1}$
5	$W(s) = \frac{3}{(2s+1)(9s+1)}$	15	$W(s) = \frac{15}{144s^2+1}$
6	$W(s) = \frac{4}{25s^2+1}$	16	$W(s) = \frac{1}{(s+1)(0.35s+1)(8s+1)}$
7	$W(s) = \frac{1}{(0.8s+1)(6s+1)(2s+1)}$	17	$W(s) = \frac{1}{s^2(s+1)(5s+1)(4s+1)}$
8	$W(s) = \frac{s+9}{(0.3s+1)(5s+1)(7s+1)}$	18	$W(s) = \frac{s+0.8}{(0.1s+1)(9s+1)(5s+1)}$
9	$W(s) = \frac{3,5}{3.24s^2+0,9s+1}$	19	$W(s) = \frac{8}{s(20s+1)}$
10	$W(s) = \frac{1}{s(s+1)(6s+1)(0.07s+1)}$	20	$W(s) = \frac{6(s+1)}{27s+1}$

2.5 Бақылау сұрақтары

1. Жиіліктік сипаттама.
2. Жиіліктік беріліс функциясы.
3. Жиіліктік сипаттама үшін үзбе типін сипаттау.
4. АЖС және АФС не көрсетеді?
5. АФЖС, АЖС, ФЖС ерекшеліктері.

6. АЖС-нда жүйе параметрі қалай анықталады?
7. ЛАЖС және ЛФЖС ерекшеліктері.
8. Параметрлерді есептеу жолдарын түсіндіру және эксперименталды ЛАЖС бойынша беріліс функциясын құрастыру.
9. ЛАЖС және ЛФЖС құру. ЛАЖС қандай сипаттамалы бөліктерге бөлуге болады және олар қалай сипатталады?
10. MATLAB – та жиіліктік сипаттаманы құрудың әдістері.

3 ЗЕРТХАНАЛЫҚ ЖҰМЫС. ЖҮЙЕЛЕРДІҢ ОРНЫҚТЫЛЫҚ ТҮСІНІГІ. ЛЯПУНОВ ТЕОРЕМАСЫ

Жұмыс мақсаты: Ляпунов теоремасы бойынша жүйенің орнықтылығын зерттеу.

3.1 Негізгі теориялық мағлұмат

Жүйе орнықтылығын бағалау – оның мүмкіндіктерін бағалау болып табылады, сондықтан реттеу жүйесін зерттеу, орнықтылықты бағалаудан басталады.

Орнықтылықтың қасиеті деп – сыртқы әсер аяқталғаннан кейін, жүйенің тепе-теңдік күйіне оралу қабілеті.

Жүйенің қателікке реакциясы келесі теңдеумен өрнектеледі:

$$y(t) = y_{св}(t) + y_{вын}(t), \quad (3.1)$$

мұндағы $y_{св}(t)$ – сыртқы әсер болмаған кездегі *еркін қозғалыс*;
 $y_{вын}(t)$ – сырттан әсер болған кезде пайда болатын *мәжбүрлі қозғалыс*.



а) БО мәжбүрлі қозғалысы

б) БО еркін қозғалысы

3.1 сурет – Басқару объектілердің сұлбалары

Сызықты жүйе келесі дифференциалды теңдеумен сипатталсын

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy(t)}{dt} + a_n y(t) = b_m u(t)$$

немесе

$$a_0 y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \dots + a_{n-1} y^{(1)}(t) + a_n y(t) = b_m u(t) \quad (3.2)$$

(3.2) – мәжбүрлі қозғалысты сипаттайтын дифференциалдық теңдеу.

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy(t)}{dt} + a_n y(t) = 0$$

немесе

$$a_0 y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \dots + a_{n-1} y^{(1)}(t) + a_n y(t) = 0 \quad (3.3)$$

(3.3) – еркін қозғалысты сипаттайтын *сипаттаушы полином*.

Жүйе орнықтылығын бағалау үшін, жүйе еркін қозғалыста зерттеледі. Яғни, сипаттаушы полином қарастырылады.

Орнықтылық шарттары.

Теорема 1. Динамикалық жүйе орнықты деп аталады, егер оның полюстерінің (түбірлерінің) барлығы теріс болып, комплексті жазықтығының сол жағында орналасатын болса

Теорема 2. Динамикалық жүйе орнықсыз деп аталады, егер оның полюстерінің (түбірлерінің) кем дегенде біреуі оң болып, комплексті жазықтығының оң жағында орналасатын болса

Теорема 3. Динамикалық жүйе орнықтылық шегінде болады, егер оның полюстері (түбірлері) 0ге тең немесе таза комплексті болса және комплексті остің үстінде орналасатын болса.

Жүйенің еркін қозғалысын келесі түрде келтіруге болады:

$$y_c(t) = \sum_{i=1}^n y_i(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{s_i t}, \quad (3.4)$$

мұндағы $y_i(t)$ – (3.4) теңдеуінің i -ші қосылғыш шешімі ;

C_i – бастапқы шарттармен анықталатын тұрақты интегралдау;

s_i – *сипаттаушы полином* түбірлері.

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n = 0. \quad (3.5)$$

Егер, анықталған түбір $s_i = \pm \alpha_i$ тек нақты құраушыдан тұратын болса, $y_i = C_i e^{\alpha_i t}$ өтпелі процесстер келесідей монотонды (экспоненциалды) болады:

– $\alpha_i < 0$ – түбірдің нақты бөлігі теріс болса, өшетін экспоненталар (3.2 а сурет) орын алады;

– $\alpha_i > 0$ – түбірдің нақты бөлігі оң бола, өспелі (орнықсыз) экспоненталар (3.2 б сурет) орын алады;

– $\alpha_i = 0$ – түбірдің нақты бөлігі нөлге тең болса, сипаттама түзу (3.2 в сурет) түрінде болады.

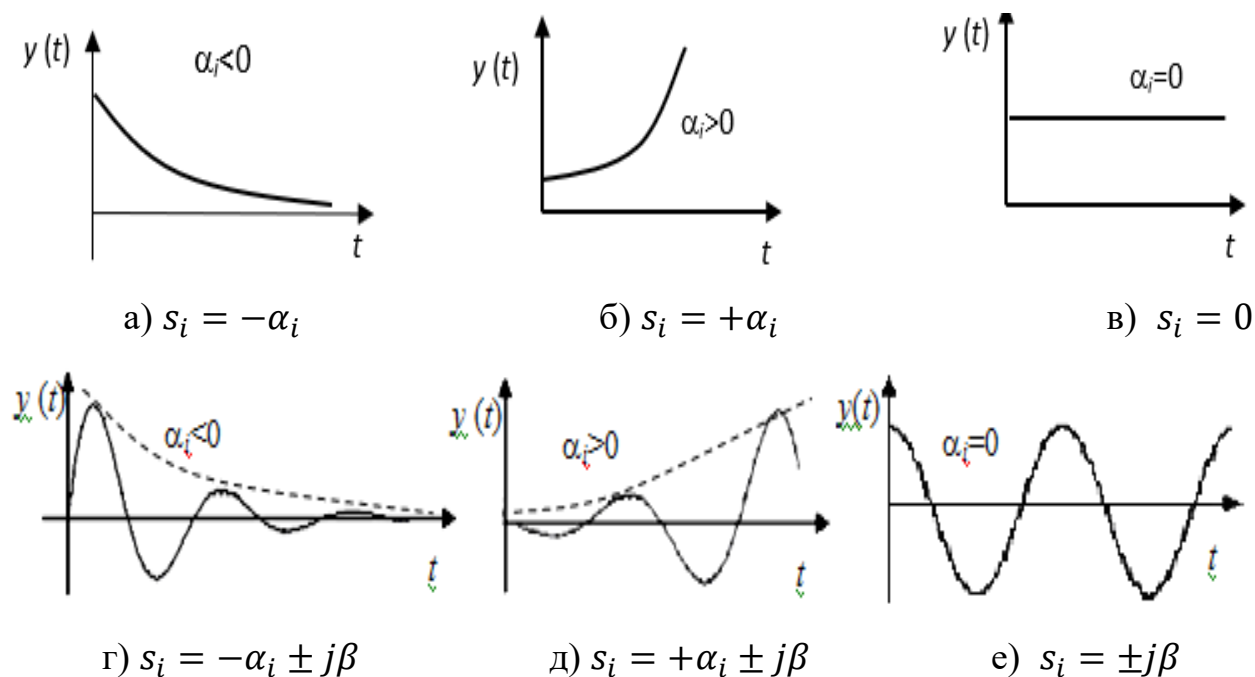
Егер, анықталған түбір $s_i = \pm \alpha_i \pm j\beta$ нақты және жорамал құраушылардан тұратын болса, $y_i = C_i e^{\alpha_i t}$ өтпелі процесстерде тербелістер орын болады (3.6):

$$y_i(t) = C_i e^{(\alpha_i + j\beta_i)t} + C_{i+1} e^{(\alpha_i - j\beta_i)t} = A e^{\alpha_i t} \sin(\beta t + \psi), \quad (3.6)$$

мұндағы A және ψ – интегралдаудың жаңа тұрақтылары.

$\alpha_i < 0$ кезінде өшетін тербелістер (3.2 г сурет), $\alpha_i > 0$ кезінде өсетін тербелістер (3.2 д сурет), $\alpha_i = 0$ кезінде өшпейтін тербелістер (3.2 е сурет)

орын алады.



3.2 сурет – Жүйе күйлерінің графиктері

3.2 Жұмысты орындау реті

1. 3.1 кестеде көрсетілгендермен бірге (1, 2, 3 пункттері) үзбелерден жүйелердің тұйықталмаған сұлбаларын құру. Тұйықталмаған жүйенің орнықтылығын келесі әдістермен бағалау керек:

- Беріліс функцияның полюстерін табуымен;
- Уақыт сипаттамаларын сыртқы әсерсіз бастапқы шарттар бойынша алу негізінде;
- Өтпелі процестер негізінде.

2. Жүйені теріс бірлік кері байланыспен тұйықтау және өтпелі сипаттаманы алу. Тұйықталған жүйенің орнықтылығын бағалау және бірінші пункттен алынған нәтижелермен салыстыру керек.

3. k коэффициентінің және T уақыты тұрақтыларының тұйықталған және тұйықталмаған жүйелер орнықтылығына қаншалықты әсер ететінін зерттеу.

3.1 кесте. Нұсқа

№	Беріліс функциясы	№	Беріліс функциясы
1	$W(s) = \frac{100}{0,01s + 1}$	11	$W(s) = \frac{7}{0,09s^2 + 2}$
2	$W(s) = \frac{2(s + 1)}{5s + 1}$	12	$W(s) = \frac{1}{s^2(0.1s + 1)(0.5s + 1)(2s + 1)}$
3	$W(s) = \frac{6(s + 1)}{100s + 1}$	13	$W(s) = \frac{4}{(7s + 1)(10s + 1)}$

3. Ікестенің жалғасы

№	Беріліс функциясы	№	Беріліс функциясы
4	$W(s) = \frac{10}{s(4s + 1)}$	14	$W(s) = \frac{16}{196s^2 + 7s + 1}$
5	$W(s) = \frac{3}{(2s + 1)(9s + 1)}$	15	$W(s) = \frac{15}{144s^2 + 1}$
6	$W(s) = \frac{4}{25s^2 + 1}$	16	$W(s) = \frac{1}{(s + 1)(0.35s + 1)(8s + 1)}$
7	$W(s) = \frac{1}{(0.8s + 1)(6s + 1)(2s + 1)}$	17	$W(s) = \frac{1}{s^2(s + 1)(5s + 1)(4s + 1)}$
8	$W(s) = \frac{s + 9}{(0.3s + 1)(5s + 1)(7s + 1)}$	18	$W(s) = \frac{s + 0.8}{(0.1s + 1)(9s + 1)(5s + 1)}$
9	$W(s) = \frac{3,5}{3.24s^2 + 0,9s + 1}$	19	$W(s) = \frac{8}{s(20s + 1)}$
10	$W(s) = \frac{1}{s(s + 1)(6s + 1)(0.07s + 1)}$	20	$W(s) = \frac{6(s + 1)}{27s + 1}$

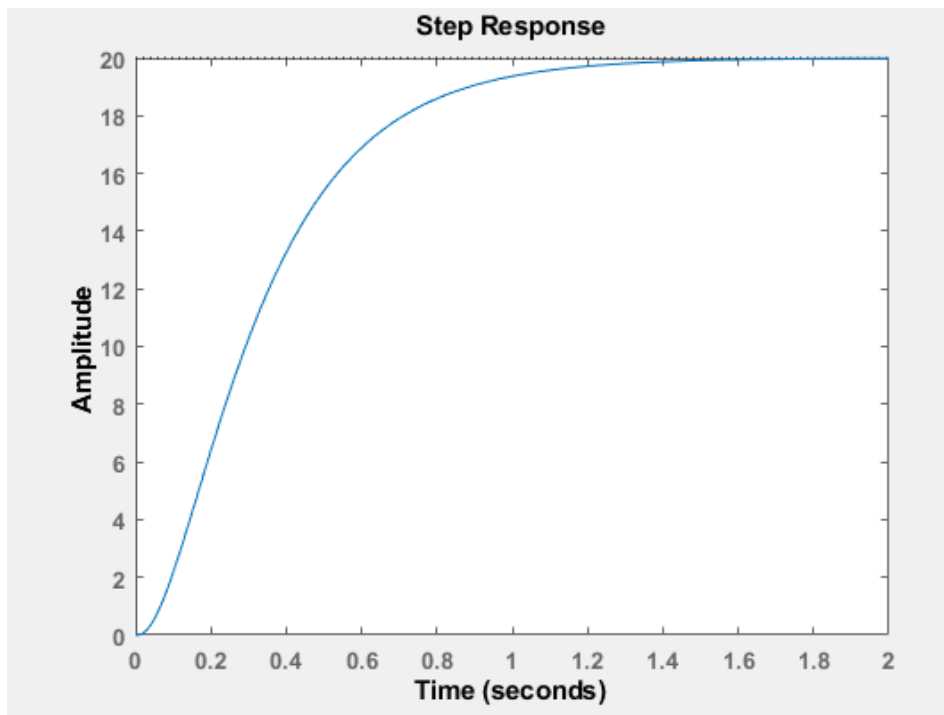
3.3 Әдістемелік мысал

Келесі беріліс функциясы берілсін:

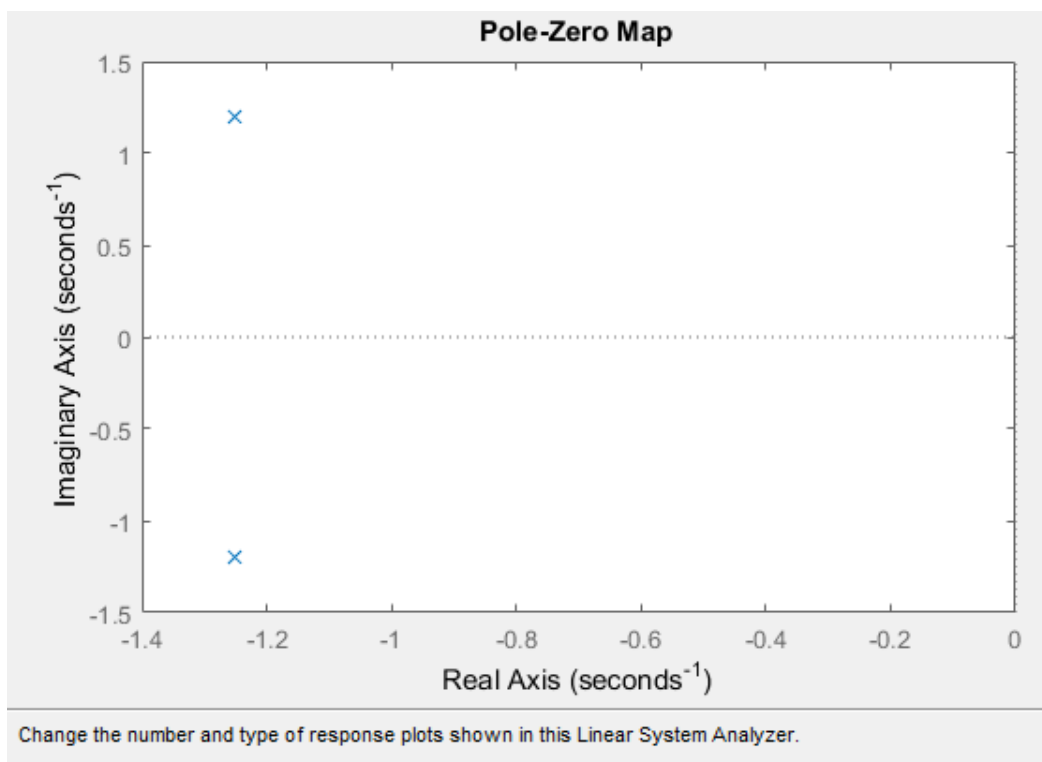
$$W(s) = \frac{20}{0.00025s^3 + 0.0286s^2 + 0.36s + 1}.$$

Осы функцияны CST MATLAB облысында орнықтылыққа Ляпунов теоремасы бойынша зерттеңіз (3.3, 3.4 суреттер). Ол үшін келесі командаларды теру керек:

```
>> w=tf([20],[0.00025 0.0286 0.36 1])
>> pole(w)
ans =
-100.4626
-9.9262
-4.0112
>> step(w)
>> ltiview(w)
```

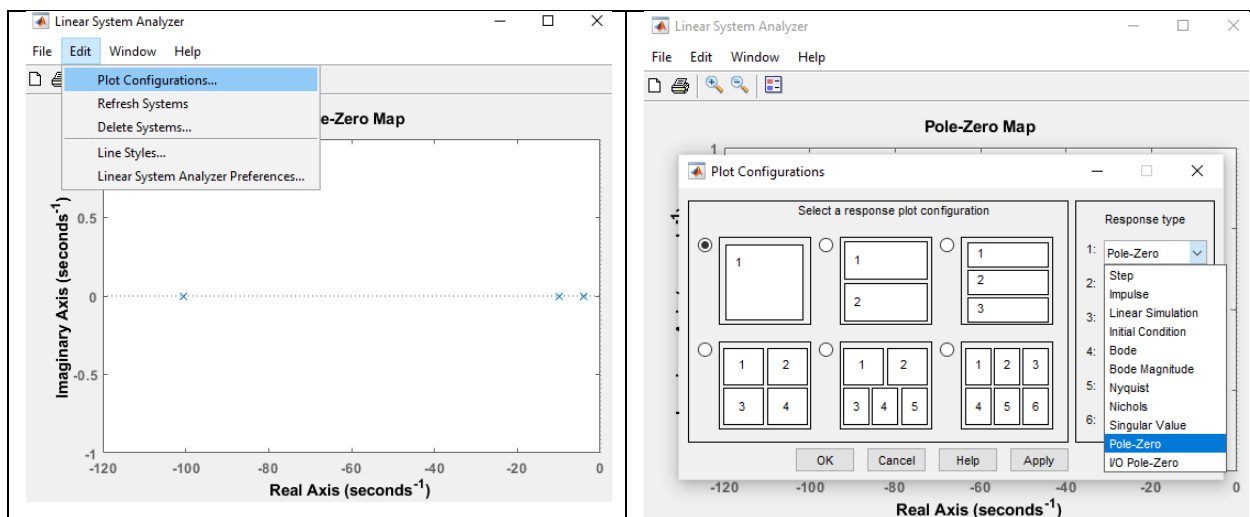


3.3 сурет – step(w) командасының нәтижесі (өтпелі процесс)



3.4 сурет – ltiview(w) командасының нәтижесі (полюстер графигі)

Полюстар графигі үшін келесі баптауларды іске асыру керек (3.5 сурет):



3.5 сурет – Itiview баптаулары

3.4 Бақылау сұрақтары

1. Жүйе орнықтылығының қасиеті.
2. Бастапқы берілгендер, кіріс әсер бойынша орнықтылық шарттары.
3. Орнықтылық шарттары (Ляпунов теоремасы).

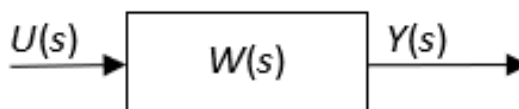
4 ЗЕРТХАНАЛЫҚ ЖҰМЫС. ТҰЙЫҚТАЛҒАН ЖҮЙЕНІҢ ОРНЫҚТЫЛЫҒЫН ОРНЫҚТЫЛЫҚ КРИТЕРИЙЛЕРІ АРҚЫЛЫ (ШАРТТАРЫ) ЗЕРТТЕУ

Жұмыс мақсаты: жүйені орнықтылыққа алгебралық және жиіліктік критериилер негізінде зерттеу

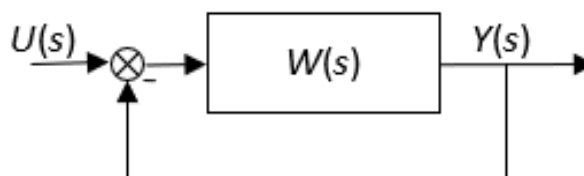
4.1 Негізгі теориялық мағлұмат

Практикада автоматикалық жүйенің орнықтылығын орнықтылық критериилері көмегімен анықтайды. *Орнықтылық критериилері* – орнықтылықты сипаттайтын теңдеулердің түбірін есептемей-ақ анықтауға мүмкіндік беретін ереже.

Төменде орнықтылықтың негізгі критериилері дәлелсіз көрсетілген. Гурвиц критериилері орнықтылық қасиеттерін тұйықталмаған (4.1 сурет), тұйықталған (4.2 сурет) жүйелер ретінде зерттеу үшін қолданылады



4.1 сурет – Тұйықталмаған жүйенің құрылымдық сұлбасы



4.2 сурет – Тұйықталған жүйенің құрылымдық сұлбасы

4.1.1 Гурвицтің алгебраикалық критерийі.

Бастапқы берілгендер – сипаттайтын полиномы бар жүйе

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n = 0, \quad (4.1)$$

Сол бойынша Гурвиц матрицасын құру керек:

$$\Gamma = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & a_n \end{vmatrix}. \quad (4.2)$$

Орнықтылық критерийі. Сызықты жүйе орнықтылық қасиетке ие болу үшін, барлық сипаттайтын полином (4.1) параметрлері a_0 параметрінің белгісімен сәйкес келуі керек, сонымен қатар Гурвиц матрицасының (4.2) бас диагональды минорларының анықтауыштары a_0 параметрінің белгісімен сәйкес келуі тиіс.

4.1.2 Михайловтың жиіліктік критерийі.

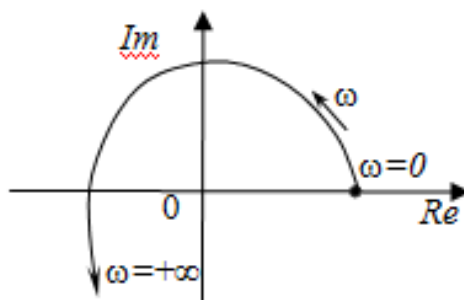
Бастапқы берілгендер – Лаплас түрленуін (4.1) теңдеу үшін қолдану нәтижесінде алынған кешенді сипаттайтын полиномы бар жүйе.

$$D(j\omega) = a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_n = Re(\omega) + jIm(\omega). \quad (4.3)$$

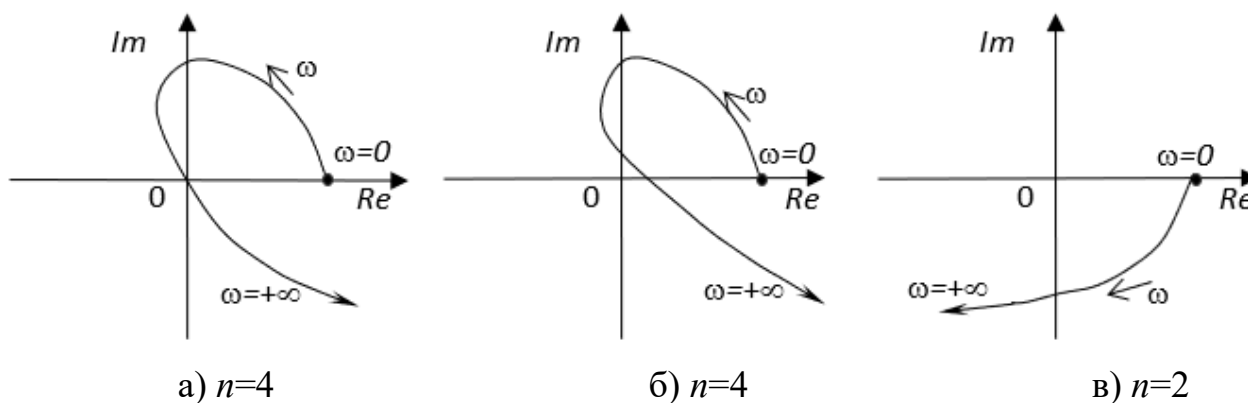
(4.3) теңдеуі бойынша кешенді жазықтықта қисық – Михайлов годографы салынады.

Орнықтылық критерийі. Жүйе орнықтылық қасиетіне ие болу үшін, Михайлов годографы

- 1) оң нақты осьтен басталуы қажет және жеткілікті;
- 2) $\omega = [0, +\infty)$ кезінде оң бағытта өтуі керек (сағат тіліне қарсы);
- 3) еш жерде нөлге айналмай n квадранты арқылы өту керек, мұнда n – сипаттайтын теңдеу реті.



4.3 сурет – Михайлов годографы ($n=3$ жағдайы үшін – жүйе орнықты)



4.4 сурет – Жүйенің орнықсыз жағдайындағы Михайлов годографы

4.2 Жұмысты жасау реті

Зертханалық жұмыс 2 бөлімнен тұрады. Жұмысты орындау үшін қолданылатын бастапқы берілген мәндер 4.1 кестесінде көрсетілген. 4.1 кестесінде беріліс функциясының тұйықталмаған жүйесі мысал ретінде келтірілген.

1-бөлім. Гурвицтің орнықтылық критерийін қолдана отырып тұйықталмаған және тұйықталған жүйелердің орнықтылығын зерттеу.

2-бөлім. Михайлов критерийін қолдану арқылы:

- Михайлов годографын құру;
- тұрақты уақыт пен күшейткіш коэффициенттің әр түрлі мәнде болған кездегі тұйықталмаған және тұйықталған жүйелердің орнықтылығын зерттеу;
- жиіліктік сипаттама және уақыт сипаттамалары арасындағы тәуелділікті орнату үшін өтпелі үрдіс құру.

Жұмыстың орындалған әр кезеңіне қорытынды шығару.

4.3 Зертханалық жұмыстың орындалуының нұсқаулық мысалы

1 бөлім. Тұйықталған және тұйықталмаған жүйелердің орнықтылығын Гурвицтің алгебралық критерийі бойынша зерттеу.

$$W_p(p) = \frac{10}{1s^3 + 0.3s^2 + 0.5s + 0.1}, \quad W_3(p) = \frac{10}{1s^3 + 0.3s^2 + 0.5s + 10.1}$$

Тұйықталған жүйелерге Гурвиц матрицасын құрамыз.

$$G_3 = \begin{vmatrix} 0.3 & 10.1 & 0 \\ 1 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0.3 & 10.1 \end{vmatrix} \quad (4.4)$$

Гурвиц критерийін жүзеге асыру үшін CST MATLAB-ты қолданамыз. Тұйықталмаған жүйелерге Гурвиц матрицаларын (4.4) диагональды минорларға бөліп олардың анықтауыштарын табамыз.

Тұйықталған жүйе үшін.

>> G11=[0.3]

```

G11 =
    0.3000
>> det(G11)
ans =
    0.3000
>> G22=[0.3 10.1;1 0.5]
G22 =
    0.3000    10.1000
    1.0000     0.5000
>> det(G22)
ans =
   -9.9500
>> G33=[0.3 10.1 0;1 0.5 0;0 0.3 10.1]
G33 =
    0.3000    10.1000         0
    1.0000     0.5000         0
         0     0.3000    10.1000
>> det(G33)
ans =
  -100.4950

```

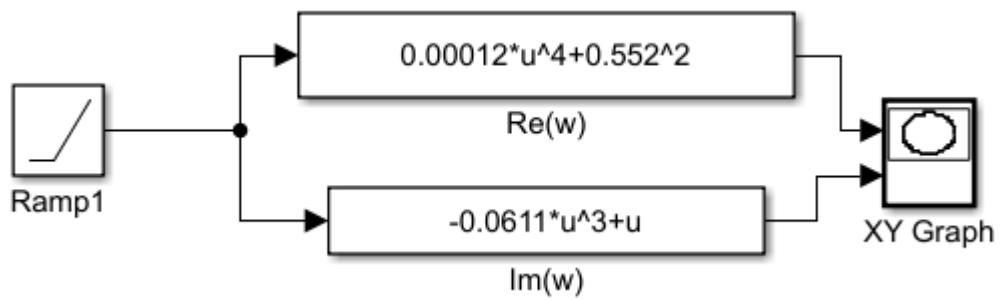
Қорытынды: Салыстырмалы анализдеу кезінде Гурвиц матрицаларының басты диагональды минорларының анықтауыш мәні элемент белгісі $a_0 = +1$, Гурвиц критерийіне сәйкес тұйықталмаған жүйе орнықты, ал тұйықталған жүйе орнықсыз.

2 бөлім. Михайловтың жиіліктік критеріі бойынша тұйықталмаған АБЖ орнықтылығын зерттеу.

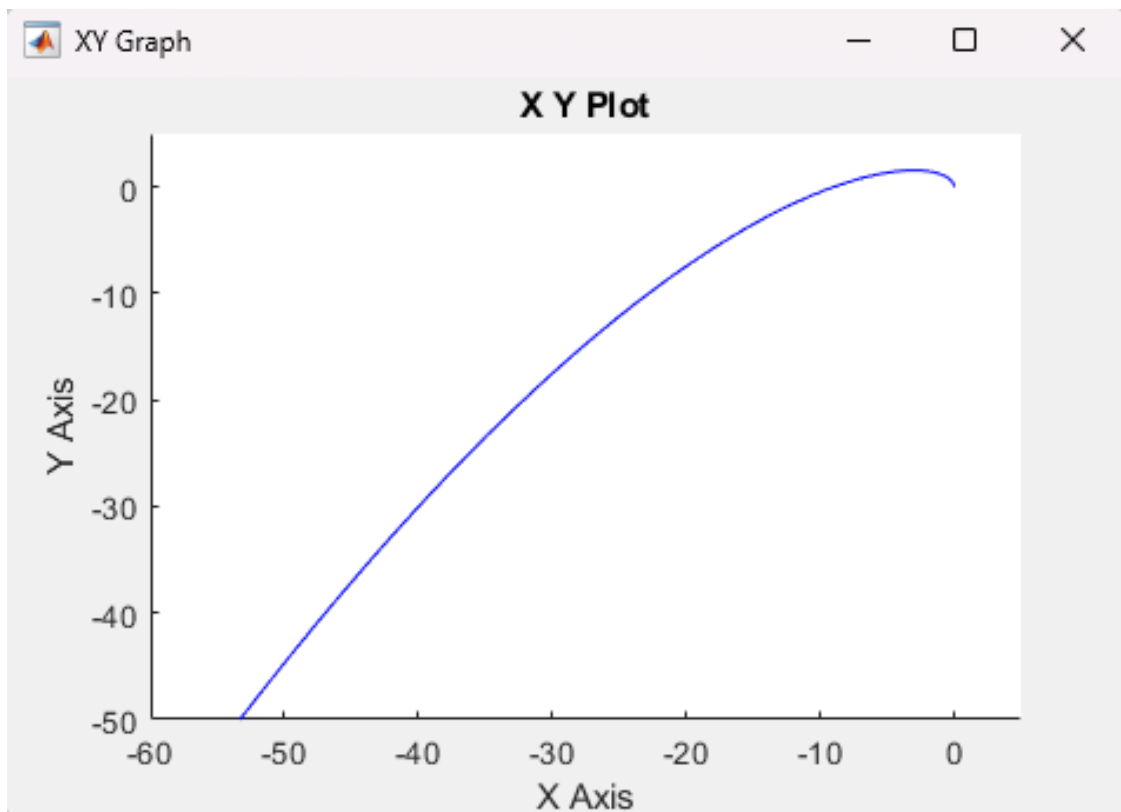
$$W(p) = \frac{9}{s(0.4s + 1)(0.15s + 1)(0.002s + 1)}.$$

Ол үшін $Re(\omega)$ және $Im(\omega)$ комплексті сипаттаушы полиномның құрамдас бөліктерінің сипатталуын аламыз. MATLAB Simulink арқылы $Re(\omega)$ және $Im(\omega)$ блоктарының схемаларын құрамыз, оларды Math Operation математикалық операциялық блоктар негізіндегі функциялар ретінде тұрғызымыз және өсетін сигнал Ramp беруші блок (4.5, 4.6 суреттер).

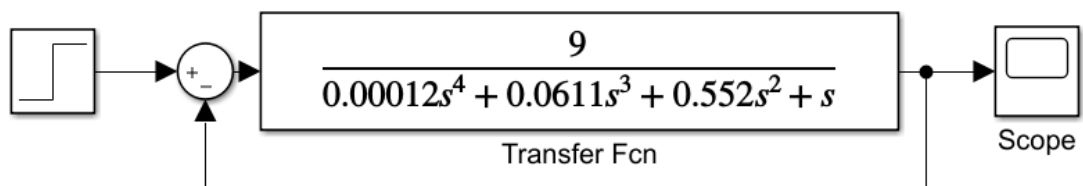
Салыстыру үшін жүйенің өтпелі сипаттамасы алынады (4.7, 4.8 суреттер).



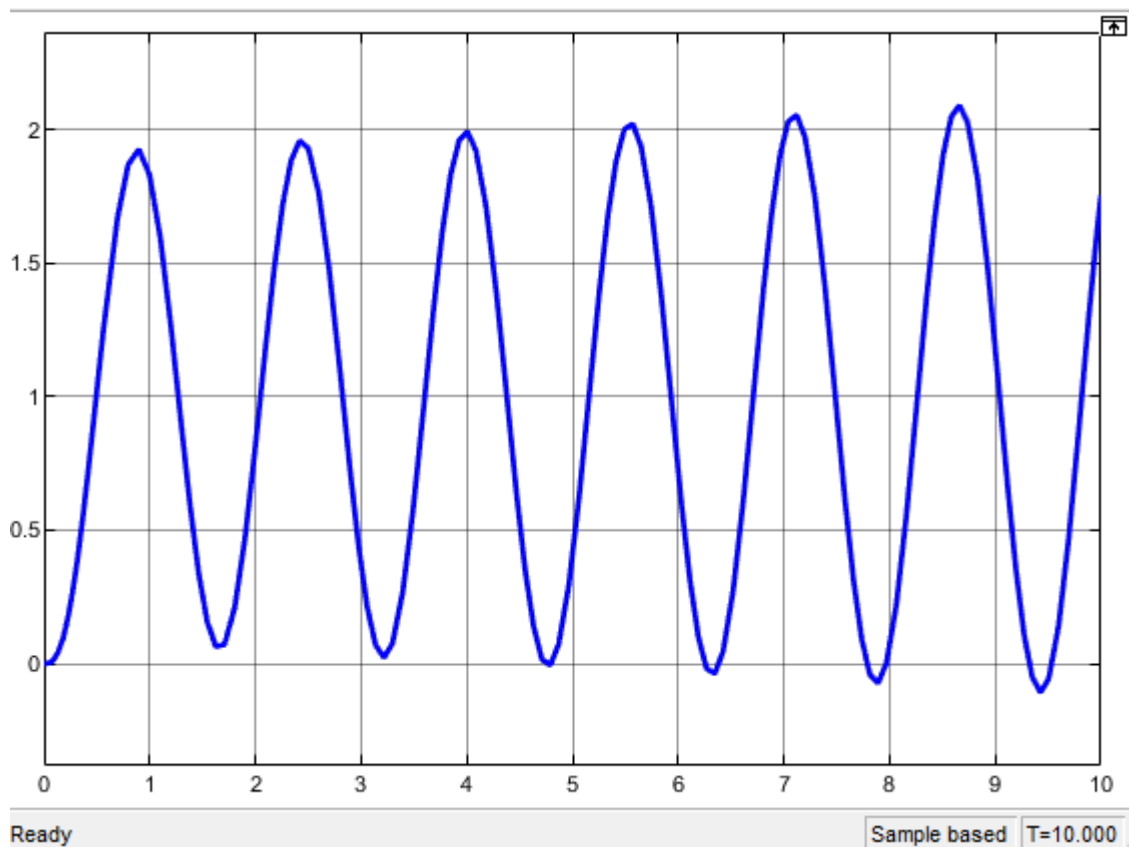
4.5 сурет – Михайов годорафы құрылымы



4.6 сурет – Михайов годорафы



4.7 сурет – Тұйықталған жүйенің құрылымы



4.8 сурет – Жүйенің өтпелі сипаттамасы

Қорытынды: Михайловтың жиіліктік критерийіне сәйкес тұйықталмаған жүйе орнықтылық шекарасында орналасқан.

4.1 кесте – Бастапқы деректер

№	Нұсқалар
1	$W(s) = \frac{75}{(0.9s + 1)(0.03s + 1)(0.2s + 1)(0.86s + 1)}$
2	$W(s) = \frac{21}{(0.6s + 1)(0.4s + 1)(0.2s + 1)(60s + 1)}$
3	$W(s) = \frac{19}{(5s + 1)(s + 1)(0.5s + 1)(0.08s + 1)(0.2s + 1)}$
4	$W(s) = \frac{3}{(s + 1)(0.5s + 1)(0.01s + 1)(0.83s + 1)}$
5	$W(s) = \frac{4}{(8s + 1)(0.07s + 1)(0.25s + 1)(9s + 1)}$
6	$W(s) = \frac{15}{(9s + 1)(0.1s + 1)(0.48s + 1)(0.05s + 1)}$
7	$W(s) = \frac{3}{(0.5s + 1)(9s + 1)(0.48s + 1)(0.2s + 1)}$

4.1 кестенің жалғасы

№	Нұсқалар
8	$W(s) = \frac{0.05}{(0.07s + 1)(s + 1)(0.25s + 1)(0.2s + 1)}$
9	$W(s) = \frac{0.07}{(8s + 1)(0.1s + 1)(0.92s + 1)}$
10	$W(s) = \frac{30}{(50s + 1)(0.71s + 1)(0.3s + 1)(0.04s + 1)}$
11	$W(s) = \frac{0.15}{(7s + 1)(0.18s + 1)(0.75s + 1)(s^2 + 1)}$
12	$W(s) = \frac{20}{(0.5s + 1)(0.37s + 1)(0.11s + 1)(s + 1)}$
13	$W(s) = \frac{0.9}{(8s + 1)(0.41s + 1)(0.35s + 1)(0.4s + 1)}$
14	$W(s) = \frac{10}{(0.07s + 1)(0.67s + 1)(s + 1)(0.5s + 1)(0.2s + 1)}$
15	$W(s) = \frac{3}{(0.7s + 1)(0.9s + 1)(8s + 1)(0.5s + 1)(0.05s + 1)}$
16	$W(s) = \frac{0.01}{(0.67s + 1)(3s + 1)(0.03s + 1)(0.05s + 1)}$
17	$W(s) = \frac{0.06}{(0.009s + 1)(0.05s + 1)(0.03s + 1)}$
18	$W(s) = \frac{5}{(0.55s + 1)(0.3s + 1)(0.3s + 1)(8s + 1)}$

4.4 Бақылау сұрақтары

1. Сапалық критерийінің ерекшелігі.
2. Тек тұйықталған жүйені зерттеу үшін қандай критерий қолданылады?
3. Тұйықталған да, тұйықталмаған да жүйелерді зерттеу үшін қандай критерий қолданылады?
4. Гурвиц, Михайлов критерийін қалыптастырыңыз

5 ЗЕРТХАНАЛЫҚ ЖҰМЫС. ТҰЙЫҚТАЛҒАН ЖҮЙЕНІҢ ОРНЫҚТЫЛЫҒЫН ОРНЫҚТЫЛЫҚ КРИТЕРИЙЛЕРІ АРҚЫЛЫ (ШАРТТАРЫ) ЗЕРТТЕУ

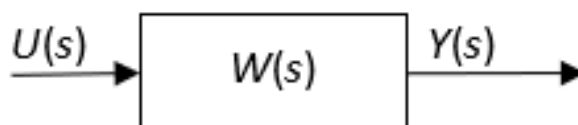
Жұмыс мақсаты: жүйені орнықтылыққа алгебралық және жиіліктік критерийлер негізінде зерттеу

5.1 Негізгі теориялық мағлұмат

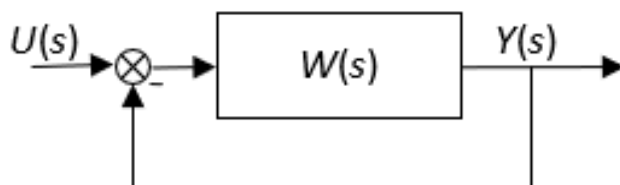
Практикада автоматикалық жүйенің орнықтылығын орнықтылық

критериілері көмегімен анықтайды. *Орнықтылық критерийлері* – орнықтылықты сипаттайтын теңдеулердің түбірін есептемей-ақ анықтауға мүмкіндік беретін ереже.

Төменде орнықтылықтың негізгі критериілері дәлелсіз көрсетілген. Найквист критерийі орнықтылықты тек тұйықталған жүйені, тұйықталмаған жүйе қасиеттері бойынша зерттеу үшін қолданылады (5.1, 5.2 суреттер).



5.1 сурет – Тұйықталмаған жүйенің құрылымдық сұлбасы



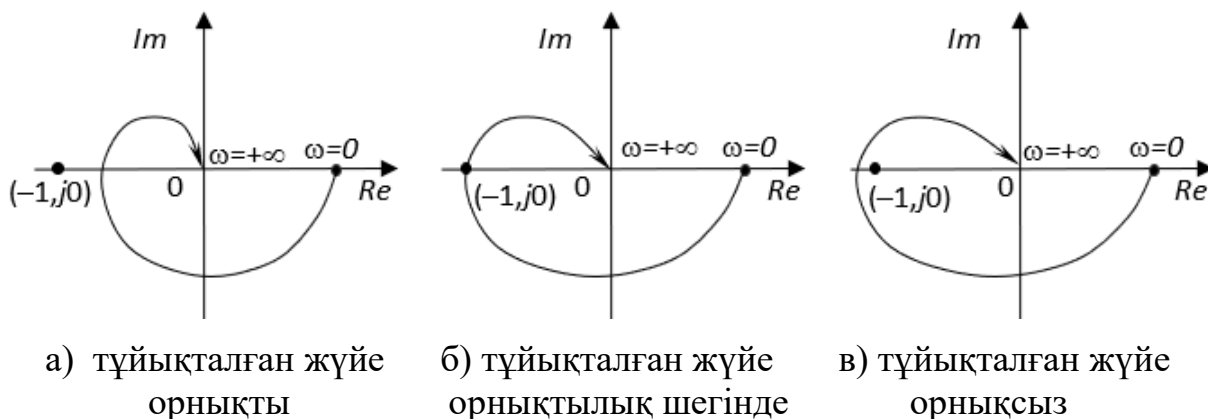
5.2 сурет – Тұйықталған жүйенің құрылымдық сұлбасы

5.1.1 Найквисттің жиіліктік критерийі.

Бастапқы берілгендер – тұйықталмаған жүйенің амплитудалы-фазалы жиіліктік сипаттама.

Найквист критерийі - тұйықталған жүйе орнықты, орнықты емес немесе орнықтылық шегінде болғанына байланысты әртүрлі қалыптасады. Бұл жағдайларды жеке қарастырайық.

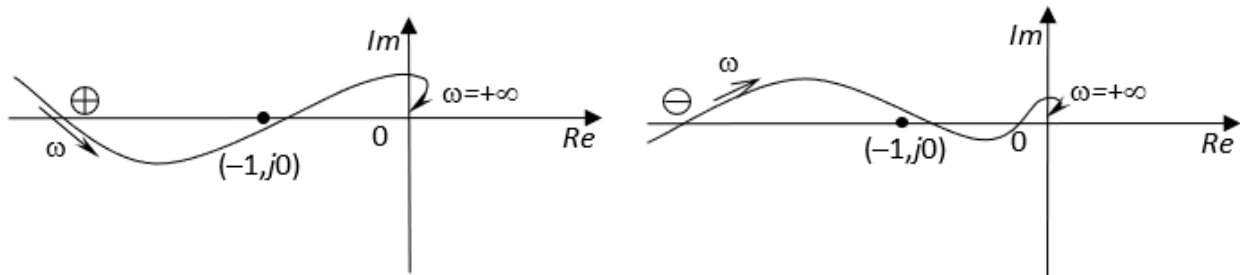
1 жағдай үшін орнықтылық критерийі. Егер тұйықталмаған жүйе орнықты болса, онда тұйықталған жүйенің орнықтылығы үшін, тұйықталмаған жүйенің АФЖС-і, ω -ның 0-ден $+\infty$ өзгерген кезде $(-1; j0)$ координаттары бар нүктені қамтымау керек және жеткілікті (5.3 сурет).



5.3 сурет – Тұйықталмаған орнықты жүйенің АФЖС

2 жағдай үшін орнықтылық критерийі. Егер тұйықталмаған жүйе орнықсыз болса, онда тұйықталған жүйенің орнықтылығы үшін, тұйықталмаған жүйенің АФЖС-і, ω өзгеруі 0-ден ∞ дейін болғанда, $l/2$ рет оң бағытта $(-1; j0)$ координаттары бар нүктелерін қамту керек және жеткілікті (5.4 сурет).

АФЖС, ω -ның 0-ден $+\infty$ дейін жоғарланып заттық ось бөлігінің -1 ден $-\infty$ жоғарыдан төмен өткен кезде оң бағыт деп, ал төменнен жоғарыға – теріс деп санайды.

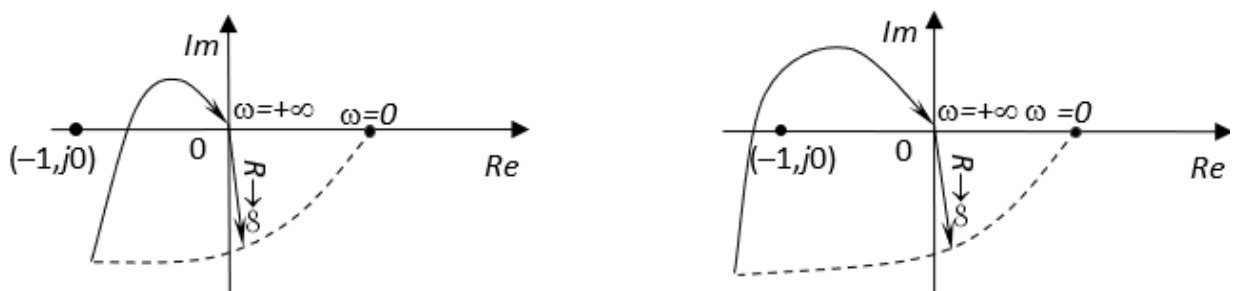


а) тұйықталған жүйе
орнықты ($l=2$)

б) тұйықталған жүйе
орнықсыз ($l=2$)

5.4 сурет – Тұйықталмаған орнықсыз жүйенің АФЖС

3 жағдайы үшін орнықтылық критерийі. Егер тұйықталмаған жүйе орнықсыз болса, онда тұйықталған жүйенің орнықтылығы үшін, тұйықталмаған жүйенің АФЖС ω -ның 0 до ∞ өзгерген кезде, шексіз үлкен радиус доғасымен үзілу аймағында қосылуы, $[-1; j0]$ координаттары бар нүктесін қамтымау керек және жеткілікті (5.5 сурет).



а) тұйықталған жүйе
орнықты

б) тұйықталған жүйе
орнықсыз

5.5 сурет – Тұйықталмаған жүйенің орнықтылық шегіндегі АФЖС
($R \rightarrow \infty$ шексіз үлкен радиус доғасымен қосылған)

5.2 Жұмысты жасау реті

Найквист критерийін қолдану арқылы:

- АФЖС тұйықталмаған орнықты жүйеге және уақытша сипаттамалар тұрғызу (тұрақты уақыт және күшейткіш коэффициент мәні өздігінен таңдалады) және тұйықталмаған, тұйықталған жүйелер қандай параметрлер кезінде орнықтылық шекарасында орнықты не орнықсыз болатының анықтау. Тұйықталмаған жүйе күйін сипаттау үшін уақытша сипаттамалар тұрғызылады;
- АФЖС тұйықталмаған орнықсыз жүйеге және уақытша сипаттамалар тұрғызу (тұрақты уақыт және күшейткіш коэффициент мәні өздігінен таңдалады) және тұйықталмаған, тұйықталған жүйелер қандай параметрлер кезінде орнықтылық шекарасында орнықты не орнықсыз болатының анықтау;

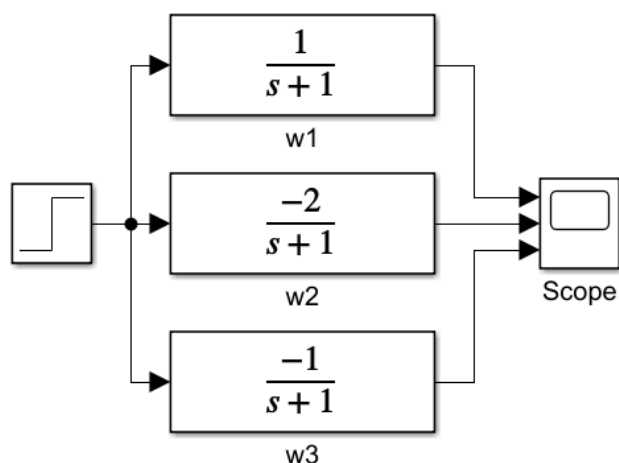
- АФЖС (MATLAB бағдарламасын қолданбай) орнықтылық шекарасындағы тұйықталмаған жүйеге және уақытша сипаттамалар тұрғызу арқылы тұйықталған, тұйықталмаған жүйелер қандай қандай параметрлер кезінде орнықтылық шекарасында орнықты не орнықсыз болатының көрсету.

Жұмыстың орындалған әр кезеңіне қорытынды шығару. Жұмыс нұсқалары 5.1 кестеде берілген.

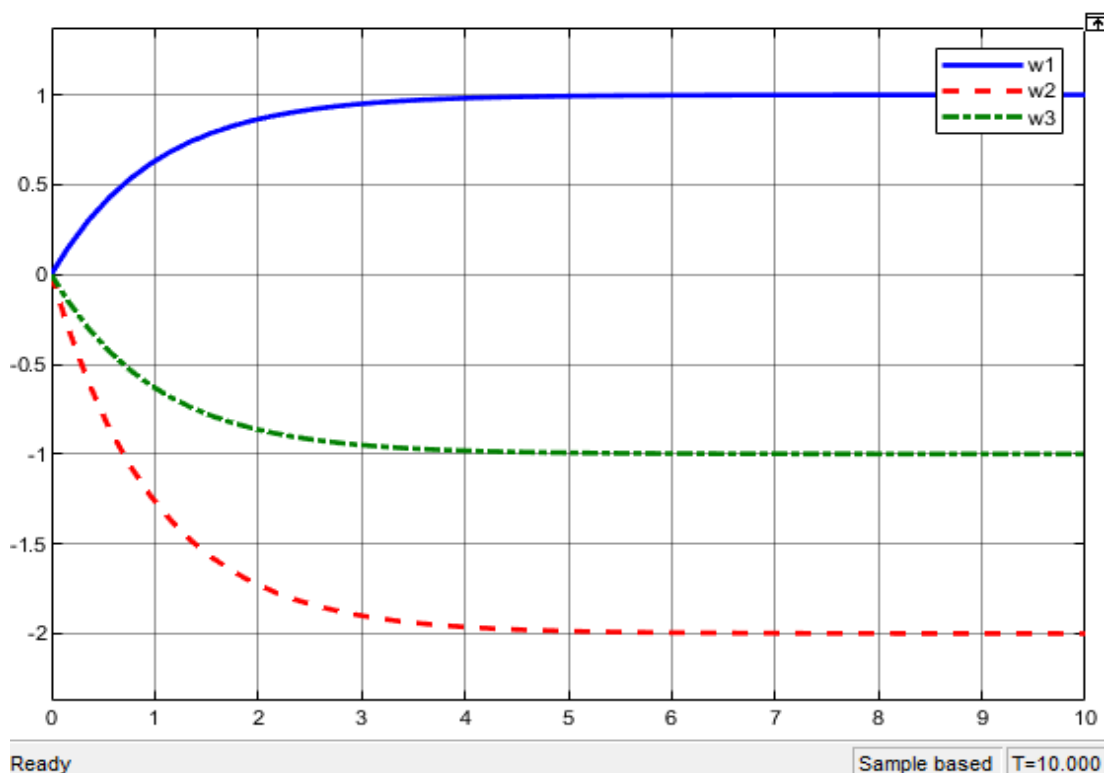
5.3 Зертханалық жұмыстың орындалуының нұсқаулық мысалы

Найквисттің жиіліктік критерийі.

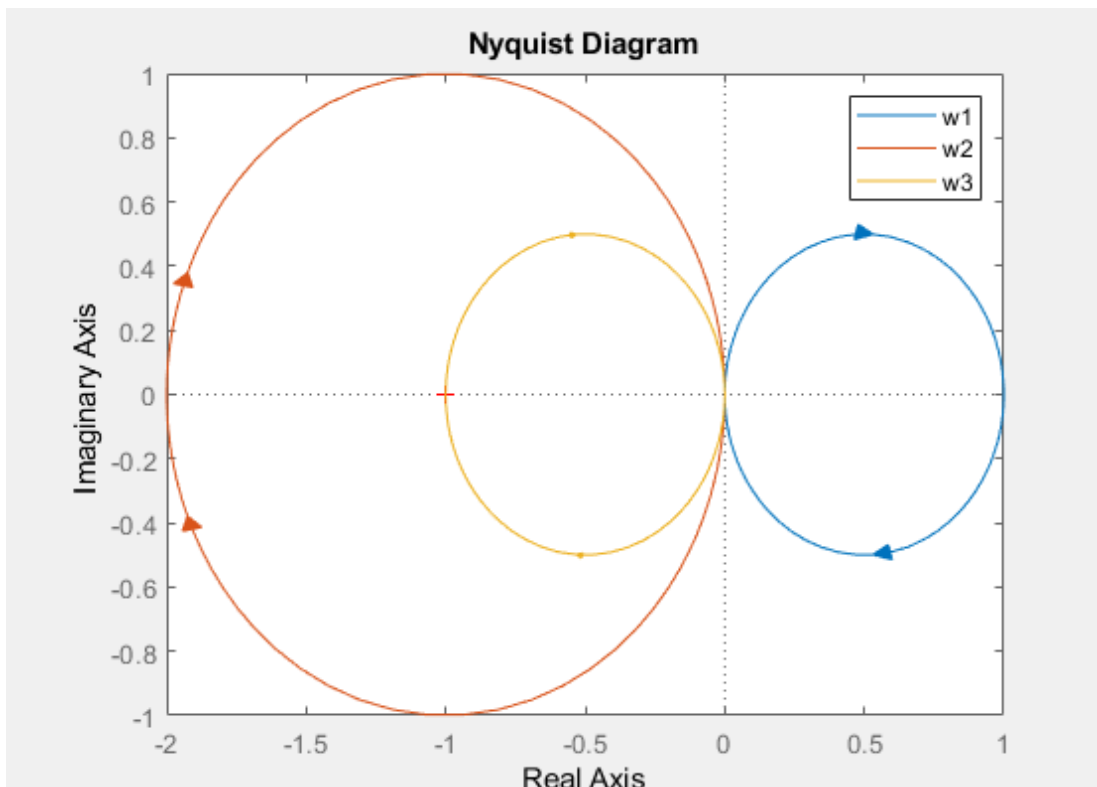
1 кезең. Орнықты тұйықталмаған жүйелерге АФЖС мен уақытша сипаттамалар тұрғызу (5.6, 5.7 суреттер).



5.6 сурет – АБЖ құрылымы



а) өтпелі сипаттама

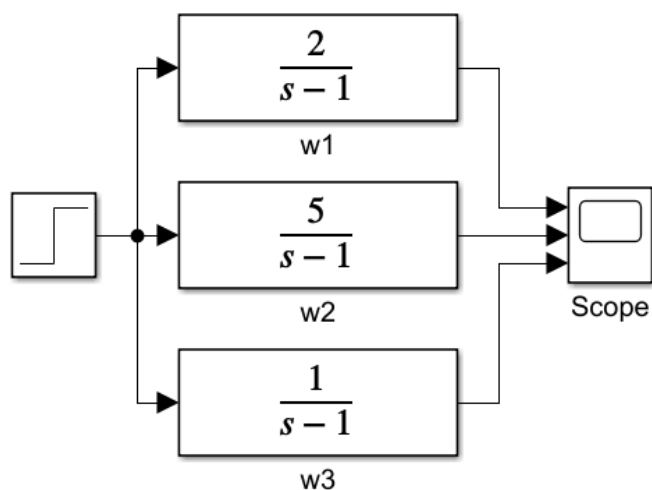


б) Найквист диаграммасы

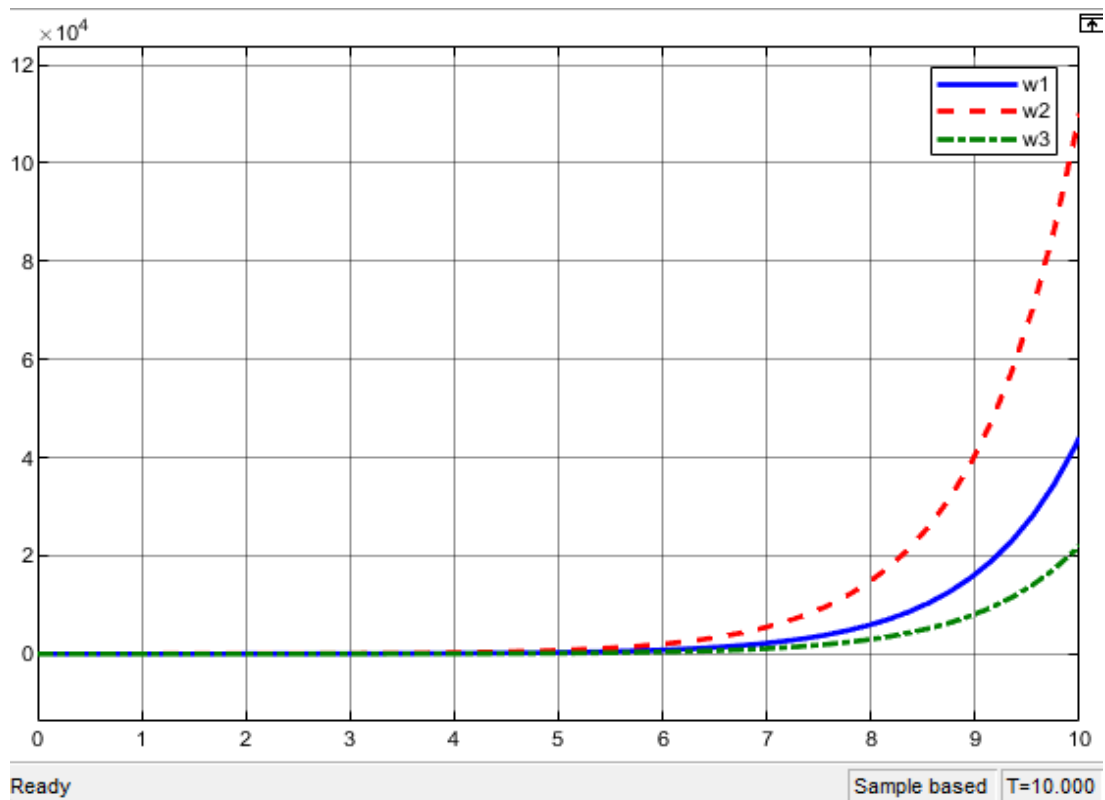
5.7 сурет – Орнықты тұйықталмаған АБЖ

а) орнықты тұйықталмаған АБЖ өтпелі сипаттамасы; б) w1 - АФЖС орнықты тұйықталған АБЖ өтпелі сипаттамасы; w2 - АФЖС орнықсыз тұйықталған АБЖ өтпелі сипаттамасы; w3 - АФЖС орнықтылық шекарасындағы тұйықталған АБЖ өтпелі сипаттамасы

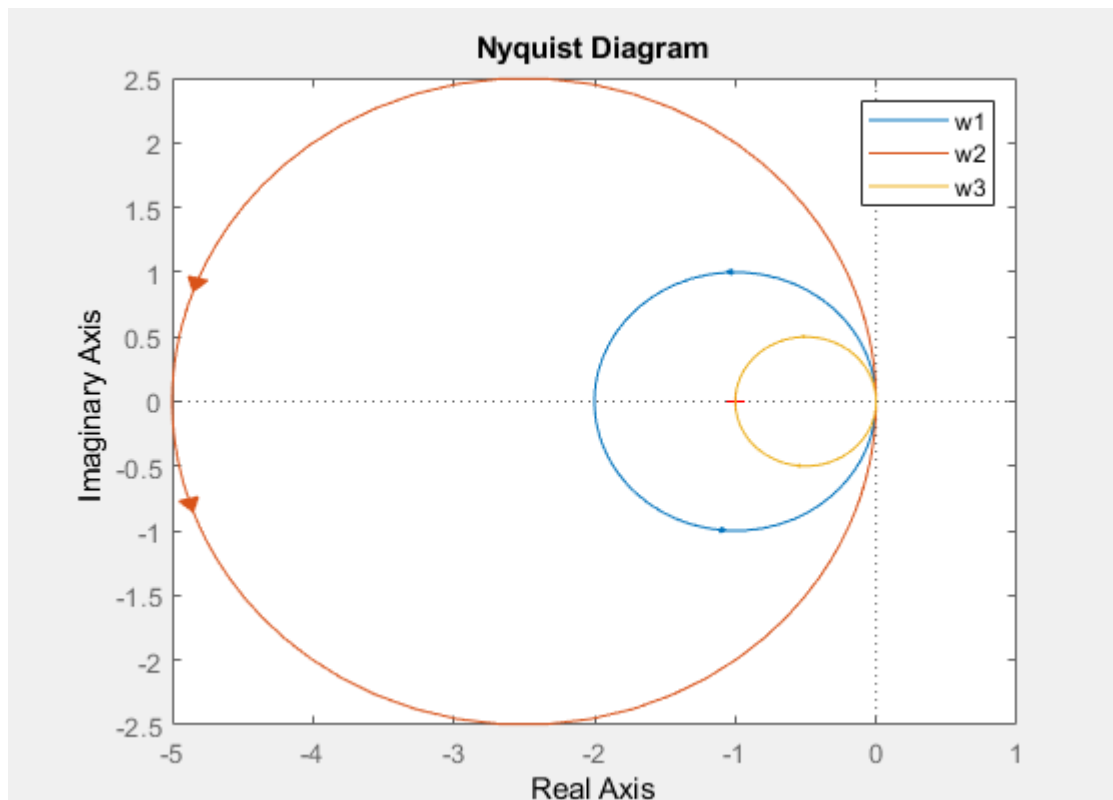
2 кезең. Орнықсыз тұйықталмаған жүйенің өтпелі сипаттамасын және АФЖС тұрғызу (5.8, 5.9 суретер).



5.8 сурет – АБЖ құрылымы



а) өтпелі сипаттама



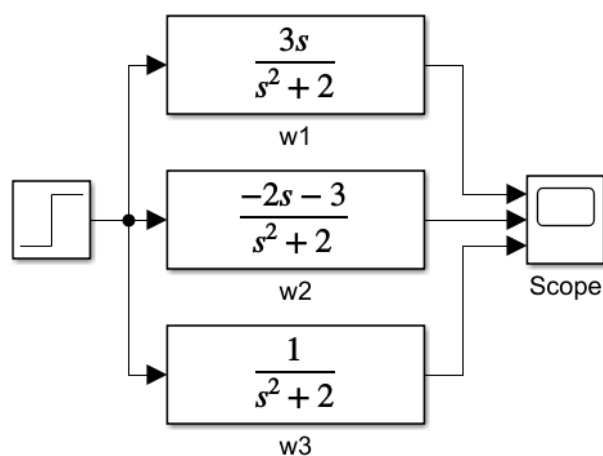
б) Найквист диаграммасы

5.9 сурет – Орнықсыз тұйықталмаған АБЖ

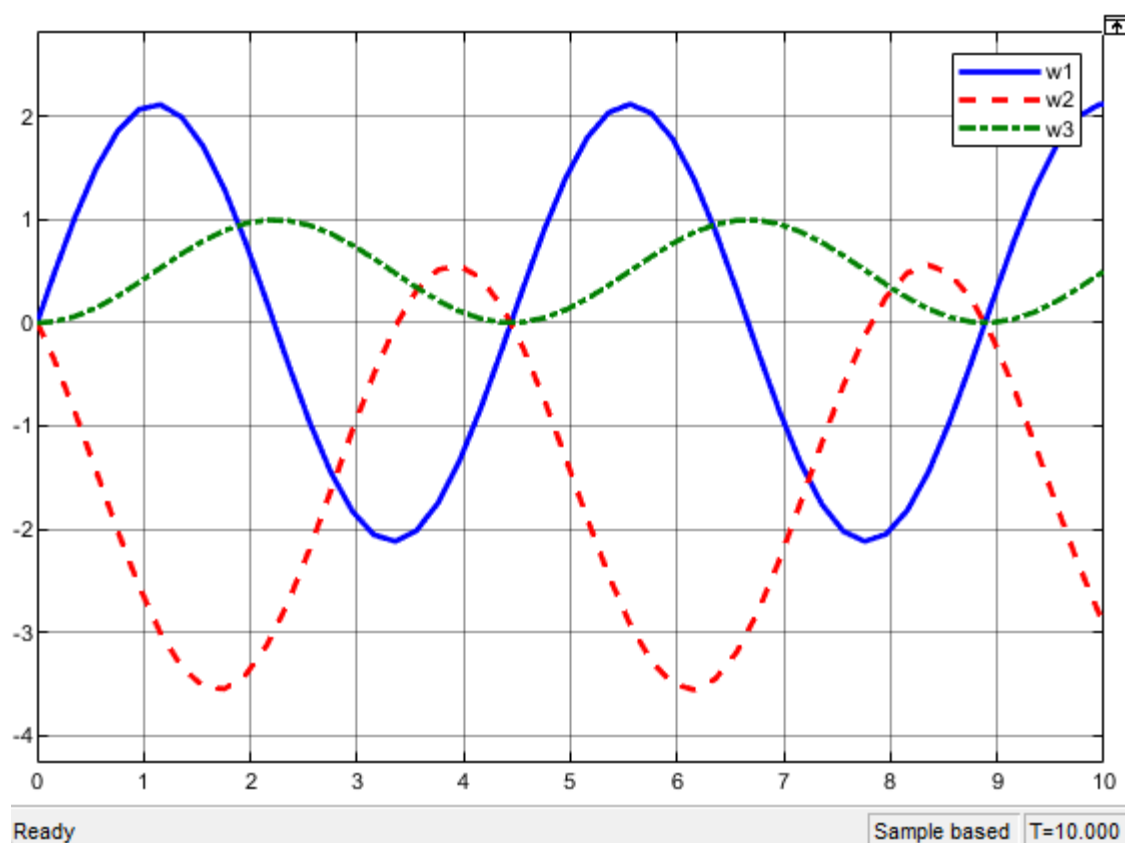
а) орнықсыз тұйықталмаған АБЖ өтпелі сипаттамасы; б) w1 - АФЖС орнықты тұйықталған АБЖ өтпелі сипаттамасы; w2 - АФЖС орнықсыз

тұйықталған АБЖ өтпелі сипаттамасы; w_3 - АФЖС орнықтылық шекарасындағы тұйықталған АБЖ өтпелі сипаттамасы

3 кезең. Орнықтылық шекарасында тұйықталмаған жүйеге АФЖС және уақыт сипаттамаларын тұрғызу (5.10, 5.11 сурет).



5.10 сурет – АБЖ құрылымы



5.11 сурет – Орнықтылық шекарасындағы тұйықталмаған АБЖ өтпелі сипаттамасы

5.1 кесте - Нұсқалар

№	Беріліс функциясы	№	Беріліс функциясы
1	$W(s) = \frac{2}{2s^2 + 3s + 2}$	11	$W(s) = \frac{2(s + 2)}{s^2 + 3s + 2}$
2	$W(s) = \frac{2s + 5}{s^2 + 5s + 6}$	12	$W(s) = \frac{3s + 2}{s^2 + 6s + 13}$
3	$W(s) = \frac{5}{2s^2 + 2s + 5}$	13	$W(s) = \frac{1}{s^2 + 0.2s + 0.05}$
4	$W(s) = \frac{s + 1}{2s^2 + 4s + 4}$	14	$W(s) = \frac{7}{s^2 + 7s + 10}$
5	$W(s) = \frac{3}{s^2 + s + 1}$	15	$W(s) = \frac{2s + 1}{s^2 + 2s + 1}$
6	$W(s) = \frac{4}{s^2 + 0.5s + 0.1}$	16	$W(s) = \frac{2}{2s^2 + 3s + 2}$
7	$W(s) = \frac{1}{s^2 + 6s + 8}$	17	$W(s) = \frac{3}{s^2 + 3s + 15}$
8	$W(s) = \frac{10}{s^2 + 10s + 100}$	18	$W(s) = \frac{6(s + 3)}{s^2 + 5s + 6}$
9	$W(s) = \frac{6}{s^2 + 4s + 3}$	19	$W(s) = \frac{1}{s^2 + s + 0.1}$
10	$W(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 10}$	20	$W(s) = \frac{2(s + 1)}{s^2 + 2s + 2}$

5.4 Бақылау сұрақтары

1. Сапалық критерийінің ерекшелігі.
2. Тек тұйықталған жүйені зерттеу үшін қандай критерий қолданылады?
3. Тұйықталған да, тұйықталмаған да жүйелерді зерттеу үшін қандай критерий қолданылады?
4. Гурвиц, Михайлов, Найквист критерийін қалыптастырыңыз.

6 ЗЕРТХАНАЛЫҚ ЖҰМЫС. АВТОМАТТЫ БАСҚАРУ ЖҮЙЕЛЕРДІҢ САПА КӨРСЕТКІШТЕРІН ЗЕРТТЕУ

Жұмыс мақсаты: тәжірибе түрінде автоматты жүйелердің сапа көрсеткіштерін зерттеу, жүйе параметрлерінің өзгеру әсерінен өтпелі үрдістердің сапасы мен орнықтылығына анализ жасау.

6.1 Тура және жанама сапа бағалары

АБЖ орнықтылығы оның негізі, бірақжеткілікті емес қасиеті болып табылады. Орнықты жүйе әр түрлі әсерлер мен жұмыс жасауында нақты болмауы да мүмкін, өтпелі басқару үрдістері тым ақырын өшуі мүмкін, демек

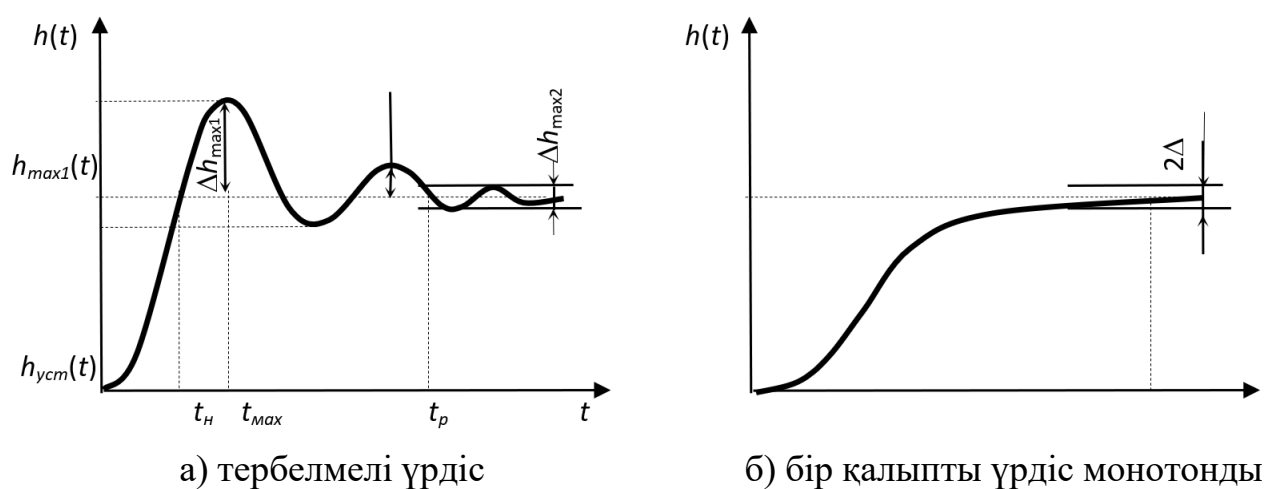
жүйе автоматты басқаруды жақсы жүзеге асыра алмайды. Басқару үрдісінің сапасы ретінде автоматты басқарудың жеткілікті дәлдікпен басқарылатын параметрдің шамасын белгіленген өзгеріс заңы бойынша ұстап отыру қабілетін айтуға болады. Басқару үрдісінің сапа көрсеткіші ретінде:

- орнатылған режимдегі нақты бағалары;
- өтпелі үрдістегі сапа бағалары.

Бұл зертханалық жұмыста өтпелі үрдістердің тура және жанама сапа бағалары көрсетілген.

6.1.1 Тура сапа бағалары.

Жүйе тура сапа бағаларын қисық өтпелі сипаттама арқылы $h(t)$ алады. Басқару үрдісінің сапасын көрсететін негізгі көрсеткіштер ретінде келесілер берілген (6.1 сурет).



6.1 сурет – Өтпелі үрдістің сапа көрсеткіштері

1. Реттеу уақыты t_p жүйенің тез жұмыс қабілеті мен өтпелі үрдістің ұзақтылығын анықтайды. Реттеу уақыты t_p деп берілген бір уақыт аралығын айтады, бұл уақыт аяқталысымен өтпелі сипаттаманың h ауытқуы (6.1) орнатылған мән жіберілетін мәннен Δ аспауы керек:

$$|h - h_{ycm}| < \Delta, \quad h_{ycm} = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t) \quad (6.1)$$

Δ мәні h_{ycm} бастап 5% тең болған жағдайды таңдайды. Кей жағдайда $\Delta = 2\% h_{ycm}$, $\Delta = 1\% h_{ycm}$.

2. Асыра реттеу σ - өтпелі сипаттаманың орнатылған мәнінен $h_{уст}$ максималды ауытқуы h_{max1} . Жүйенің тербеліске жақындығын сипаттайды және % беріледі:

$$\sigma = \frac{h_{max1} - h_{уст}}{h_{уст}} * 100\% \quad (6.2)$$

Көп жағдайларда асыра реттеу 10-30% сирек 70% аспауы керек. Бірақ кейде асыра реттеу мүлдем жоқ болуы талап етіледі және үрдіс бір қалыпты

болады яғни, $\sigma = 0$.

3. Тербеліс саны M , реттеу уақыты кезінде $h(t)$ өтпелі сипаттама ие болтын тербеліс саны. Тербеліс саны 1-2, кейде 3-4 тербеліс болуы мүмкін, бірақ кейбір жағдайларда тербеліс жүйеде боллмауы мүмкін.

4. Өтпелі үрдістің тербелмелігі (пайызда)

$$\mu = \frac{\Delta h_{max2}}{\Delta h_{max1}} * 100\% \quad (6.3)$$

Өшпейтін тербелістер 100% тербеліске тең келеді. Тербеліс нөлге ұмтылады өтпелі сипаттаманың екінші максимумына нөлге дейін кішірею яғни, бірқалыпты монотонды үрдіс $\mu = 0$.

5. Тербеліс жиілігі $\omega = 2\pi/T$, мұндағы T – тербелмелі өтпелі сипаттамалар үшін тербеліс периоды.

6. Орныққан қателік, жүйенің статикалық нақтылығын анықтайды

$$\delta_{уст} = \frac{g_0 - h_{уст}}{g_0} * 100\% = \frac{\varepsilon_{уст}}{g_0} * 100\% \quad (6.4)$$

мұндағы g_0 – реттелетін көлемнің берілген мәні;

$\varepsilon_{уст}$ – реттеу қателігінің абсолютті мәні.

Қосымша сапа бағалары:

7. Бірінші максимумға жеті уақыты t_{max} .

8. Өтпелі үрдістің өсу уақыты t_n .

9. Өшу декременті χ

$$\chi = \left| \frac{h_{max1} - h_{уст}}{h_{max2} - h_{уст}} \right| \quad (6.5)$$

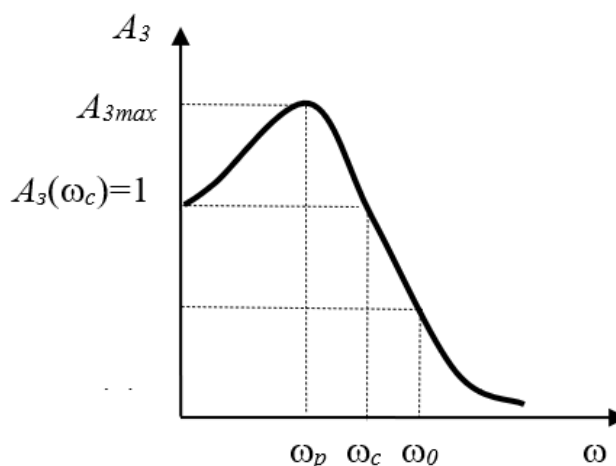
6.1.2 АЖС жанама сапа бағасы.

Жоғарыда айтылып өтілген өтпелі үрдістің сапа көрсеткіштерін жанама түрде бағалауда болады, оларды басқада жүйе сипаттамалары арқылы оңай анықтауға болады. Мысалға, тұйықталған жүйенің амплитудалық-жиіліктік сипаттамасы (АЖС) немесе тұйықталмаған жүйенің логарифмдік амплитудалық және фазажиіліктік сипаттамалары (ЛАЖС, ЛФЖС).

Үрдістің сапа бағасын көрсету үшін келесі көрсеткіштер қолданылады:

1. Тербеліс көрсеткіші $\mu = \frac{A_{3max}(\omega)}{A_3(0)}$ – тұйықталған жүйенің

амплитудалық-жиіліктік сипаттамасының максималды $A_{3max}(\omega)$ мәнге қатынасы жүйе мәні $\omega=0$ (6.2 сурет).



6.2 сурет – АЖС жанама сапа бағасы

Тербеліс көрсеткіші 1,1 - 1,5 мәнінен аспауы керек, кейбір жүйелерде 2 – 2,5 мәнге дейін жіберіледі. μ жоғары болған сайын жүйе сапасы төмендейді.

2. Резонанстық жиілік ω_p , амплитудалық-жиіліктік сипаттаманың максималды мәніне сәйкес келеді (6.2 сурет) яғни, бұл жиілікте гармоникалық тербелістер жүйеден анағұрлым күшейіп өтеді.

3. Жүйе өткізу сызығы – бұл жиілік интервалы, олар $\omega=0$ бастап ω_0 барады осы жағдайда мына шарт орындалады $0,707A_3(0) \leq A_3(\omega)$ (6.2 сурет). Өткізу сызығы тым қысқа болмауы тиіс, әйтпесе жүйе жоғарғы жиілікті бөгеуілдерді тудырады.

4. Жиіліктік қию ω_c - бұл жиіліктікте жүйенің амплитудалық-жиіліктік сипаттамасының мәні 1-ге тең болады, яғни $A_3(\omega_c) = 1$. Жиіліктік қию аз болса, жүйенің жұмыс тез істеуі төмендейді:

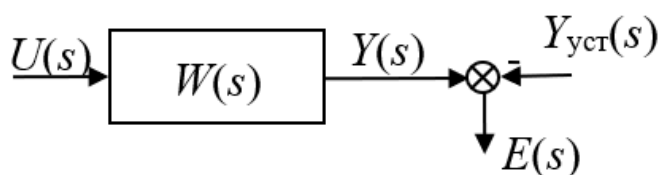
$$t_p \cong (1 \div 2) \frac{2\pi}{\omega_c} \quad (6.6)$$

Егер өтпелі үрдісте бір не екі тербеліс болса, онда жету уақыты өтпелі сипаттаманың бірінші максимумы

$$t_{max} \cong \frac{\pi}{\omega_c} \quad (6.7)$$

6.2 Интегралды бағалар

Өтпелі үрдістің интегралды сапа бағалары жалпылама түрде реттелетін жүйе көлемінің тез өшу және ауытқу көлемінің бағасын береді (6.3 сурет).

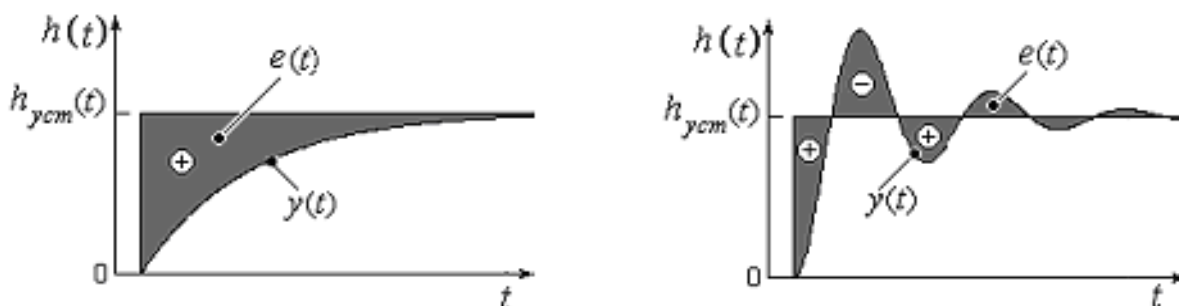


6.3 сурет – Ауытқуы бар $E(s)$ жүйенің құрылымдық сұлбасы

Қарапайым интегралды сызықты бағалар:

$$I_n = \int_0^{\infty} e(t) dt \quad (6.8)$$

мұндағы $e(t) = h_{yсм}(t) - h(t)$ – ауытқу (6.4 сурет).



6.4 сурет – монотонды және тербелмелі өтпелі үрдіс

6.3 Жұмысты орындау реті

6.1 кестеде көрсетілген тербелмелі жүйенің сапа көрсеткіштерін анықтау керек.:

- тура сапа көрсеткіштері;
- жанама сапа көрсеткіштері;
- интегралды сапа көрсеткіштері.

6.1 кесте - Бастапқы берілгендер

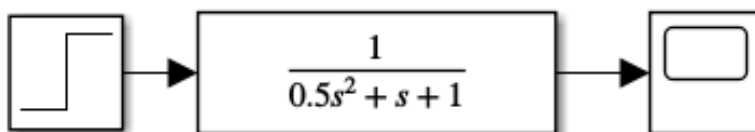
Тербелмелі үзбе	$T \frac{dy^2(t)}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = ku(t)$ $0 < \xi < 1$	$W(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}$ $s_{1,2} = Re \pm jIm$
k	0.5	1
T	0.4	0.1

6.4 Әдістемелік мысал

6.4.1 Тура сапа бағасы. Келесі беріліс функциясы берілсін (6.5 сурет):

$$W(s) = \frac{k}{s(Ts + 1)}; \quad T = 0.5, k = 1,$$

$$W(s) = \frac{1}{0.5s^2 + s}, \quad W(s)_T = \frac{1}{0.5s^2 + s + 1}.$$

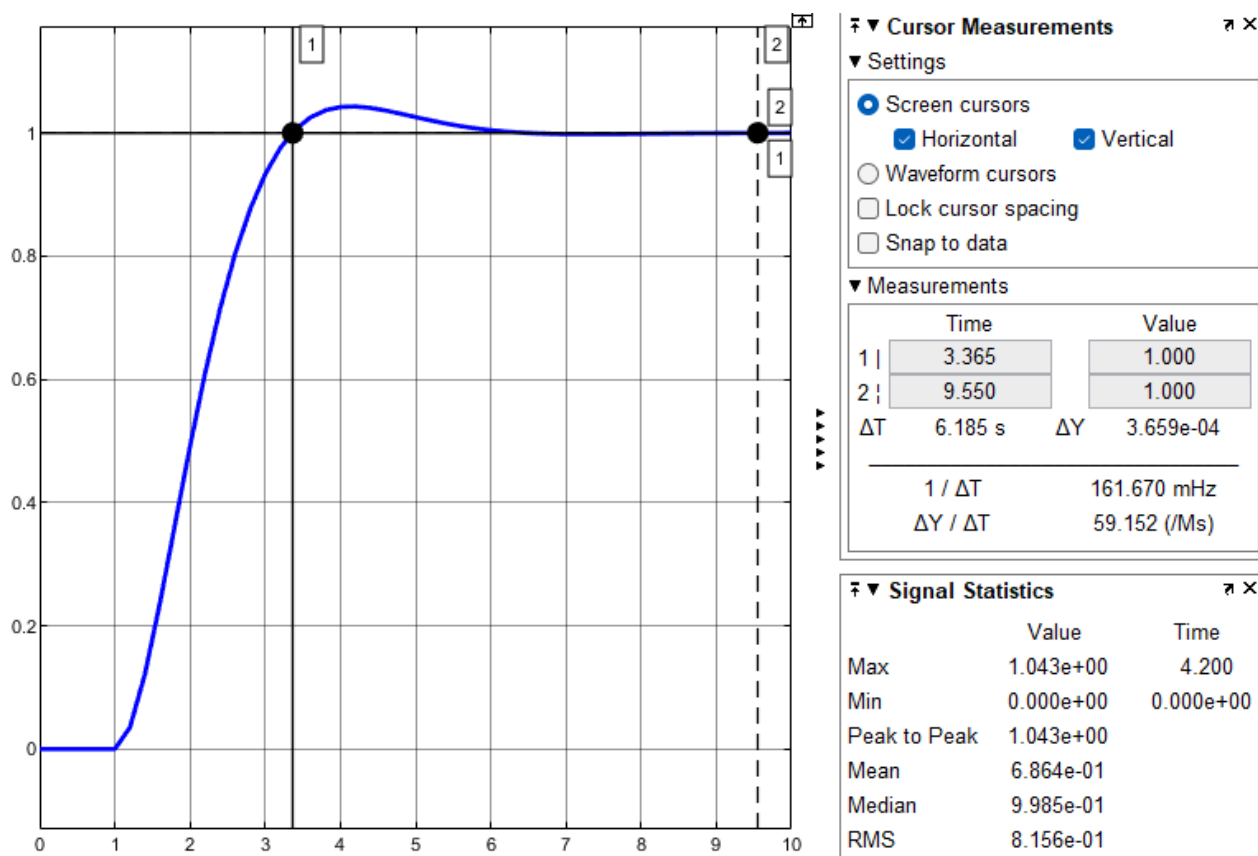


6.5 сурет - Simulink жүйесіндегі схема

Орнатылған ауытқу $h_{уст}$:

$$h_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = 1,$$

$$\Delta = 1\% \cdot h_{уст} = 0.01.$$



6.6 сурет – Scope терезесі

Қорытынды: *Signal Statistics* құралының көмегімен (6.6 сурет) $h_{max} = 1.043$ және $t_{max} = 4.2$ мәндері анықталды. *Cursor Measurements* құралының көмегімен $t_p = 3.354$ мәні $2\Delta = 0.02$ мәндер аралығында және өсу уақыты $t_p = 6.128$ анықталды.

Асыра реттеу σ :

$$\sigma = \frac{h_{max} - h_{уст}}{h_{уст}} \cdot 100\% = 4.5\%$$

Өтпелі үрдістің тербелмелілігі пайызда μ :

$$\mu = \frac{\Delta h_{max2}}{\Delta h_{max1}} \cdot 100\% = \frac{0}{0.043} \cdot 100\% = 0\%$$

Өшу декременті χ :

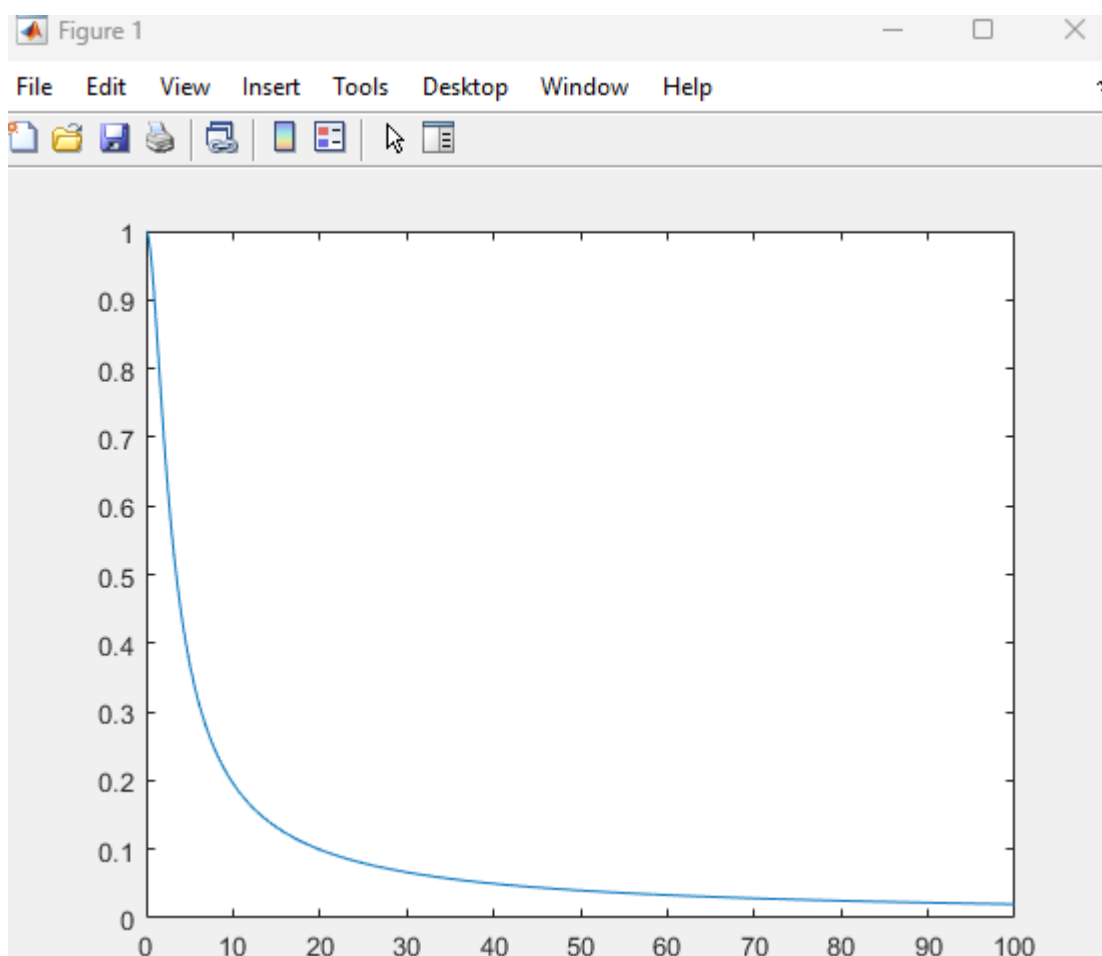
$$\chi = \frac{|h_{max1} - h_{уст}|}{|h_{max2} - h_{уст}|} = \frac{0.043}{0} = \infty$$

6.4.2 АЖС жанама сапа бағасы.

Амплитуда жиіліктік сипаттамасын (6.7, 6.8 суреттер) тұрғызамыз.

```
Command Window
>> w=[0:0.1:100];
>> A=1./sqrt(1+0.25*w.^2);
>> plot(w,A)
fx >> |
```

6.7 сурет – *Matlab* жүйесі үшін код



6.8 сурет – Тұйықталмаған жүйе үшін АЖС графигі

Қорытынды: 6.8 сурет бойынша келесі мәндер $A_3 = 1$, $A_{3max}(0) = 1$, $A_3(\omega_0) = 1$ алынды.

Тербеліс көрсеткіші $\mu = \frac{A_{3max}}{A_3(0)} = 1$.

Тұйықталған жүйе үшін тербеліс жоқ сол себепті резонанстық жиілік 1-ге тең.

$0.707 \cdot A_3(0) \leq A_3(\omega)$ шарты бойынша жүйе өткізу сызығы анықталды (6.9 сурет). Амплитуданың $A_3(\omega)=0.707$ мәніне жиіліктің $\omega = 2.00114$ мәні сәйкес.

Тұйықталған жүйе үшін тербеліс жоқ сол себепті:

$$\omega_c = 0 \rightarrow t_{max} \cong \frac{\pi}{\omega_c} = \infty.$$

6.4.3 Интегралды бағалар.

$$W(s) = \frac{1}{0.5s^2 + s + 1},$$

$$h(t) = k \left[1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} \cdot e^{\frac{-t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} \cdot e^{\frac{-t}{T_2}} \right].$$

$$e(t) = h_{уст} - h(t),$$

$$I_1 = \int_1^{3.354} |e(t)| dt = \int_1^{3.354} \left| 1 - 1 \cdot \left[1 - \frac{0.5}{0.5 - 1} \cdot e^{\frac{-t}{0.5}} + \frac{1}{0.5 - 1} \cdot e^{\frac{-t}{1}} \right] \right| dt,$$

$$I_1 = 1 - 1 + \int_1^{3.354} e^{-2t} dt - 2 \cdot \int_1^{3.354} e^{-t} dt,$$

$$I_1 = \frac{1}{e^{2 \cdot 1}} - \frac{1}{e^{2 \cdot 3.354}} - 2 \cdot \left(\frac{1}{e^1} - \frac{1}{e^{3.354}} \right) = |0.135 - 0.001 - 2 \cdot (0.368 - 0.035)| = 0.532.$$

$$I_2 = \int_{3.354}^{6.483} |e(t)| dt = \int_{3.354}^{6.483} \left| 1 - 1 \cdot \left[1 - \frac{0.5}{0.5 - 1} \cdot e^{\frac{-t}{0.5}} + \frac{1}{0.5 - 1} \cdot e^{\frac{-t}{1}} \right] \right| dt,$$

$$I_2 = 1 - 1 + \int_{3.354}^{6.483} e^{-2t} dt - 2 \cdot \int_{3.354}^{6.483} e^{-t} dt,$$

$$I_2 = \frac{1}{e^{2 \cdot 3.354}} - \frac{1}{e^{2 \cdot 6.483}} - 2 \cdot \left(\frac{1}{e^{3.354}} - \frac{1}{e^{6.483}} \right) = |0.001 - 0.000002 - 2 \cdot (0.035 - 0.002)| = 0.065.$$

Жүйе көлемінің тез өшу және ауытқу бағасы:

$$E(t) = |I_1 - I_2| = |0.532 - 0.065| = 0.467.$$

6.4 Бақылау сұрақтары

1. Тура сапа бағасы дегеніміз не және оның мысалдары қандай?
2. Жанама сапа бағасы қандай жағдайларда қолданылады?
3. Тура және жанама сапа бағалау әдістерінің айырмашылығы неде?
4. Жүйенің уақыт сипаттамасы арқылы қандай сапа көрсеткіштері анықталады?
5. Ауытқудың тұрақты мәні дегеніміз не?
6. Өтпелі процесс уақыты мен орнығу уақыты қалай анықталады?
7. Бақылау нүктесінде кері байланыс болғанда тура сапа бағасы өзгеріссіз қала ма?
8. MATLAB ортасында жүйенің сапа көрсеткіштерін қалай алуға болады?
9. Сапа бағаларының орнықтылықпен байланысы қандай?
10. Қандай жағдайда жанама бағалар тура бағалардан нақтырақ нәтиже береді?

Әдебиеттер тізімі

1. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория автоматического управления : учебник для вузов. - М.: Юрайт, 2023. - 450 с.
2. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория автоматического управления: линейные системы : учебник для вузов. - М.: Юрайт, 2023. — 412 с.
3. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория автоматического управления: замкнутые системы : учебник для вузов. - М.: Юрайт, 2023. - 376 с.
4. Ефанов, А. В., Ярош, В. А. Теория автоматического управления : учебник для вузов. - СПб.: Лань, 2024. - 640 с.
5. Ким Д. П. Автоматическое управление: нелинейные и дискретные системы : учебник для вузов. - М.: Юрайт, 2022. - 389 с.
6. Колосова О. С. Автоматизация производства. - М.: Юрайт, 2020. - 291 с.
7. Кулаков Ф. М., Баранов С. Н. Автоматизация технологических процессов : учебник для вузов. - М.: Юрайт, 2021. - 340 с.
8. Новиков Д. А., Ларионов А. Н. Автоматическое управление: управление организационными системами, цифровые платформы : учебник для вузов. - М.: Юрайт, 2023. - 420 с.
9. Серебряков, А. С., Семенов, Д. А., Чернов, Е. А. Автоматика : учебник. - М.: Юрайт, 2021. - 398 с.
10. Сеславин, А. В. Теория автоматического управления. Линейные, непрерывные системы : учебник. - М.: ИНФРА-М, 2022. - 456 с.
11. Тищенко В. А., Федотов А. П. Основы автоматического управления: учебник для вузов. - М.: Юрайт, 2023. - 365 с.

Абжанова Лауласын Косылгановна
Аталыкова Альфия Кенесовна
Келес Гүлназ Мырзабекқызы

Сызықты автоматты реттеу жүйелері

6B07108 – Автоматтандыру және басқару мамандығының студенттерге арналған зертханалық жұмыстарды орындауға арналған әдістемелік нұсқаулар

Редактор:
Стандарттау бойынша маман:

Жанабаева Е.Б.
Ануарбек Ж.А.

Басылымға қол қойылды 29.12.2025
Таралым 50 дана.
Көлемі 3,2 оқу-бас. ә.

Пішімі 60x84 1/16
Баспаханалық қағаз №1
Тапсырыс 123 Бағасы 1600 тг

«Ғұмарбек Дәукеев атындағы Алматы энергетика және байланыс университеті» коммерциялық емес акционерлік қоғамының
көшірме-көбейту бюросы
050013 Алматы, Байтұрсынұлы көшесі, 126/1